

Stage Carcassonne

27 avril 2010

Exemples d'activités nécessitant
l'usage d'algorithmes

IPR-IA de mathématiques: Martine Lizambert, Christian Faure

Enseignants: Fabrice Destruhaut, Jean-Luc Bousseyrroux

Stage nouveau programme de seconde

Lycée Jules Fil - Carcassonne



Sujet 1 : Analyser et commenter l'énoncé suivant (objectifs...). Proposer un scénario pédagogique à partir de l'énoncé (modification des consignes, étalement et contenu des séances...)

Monsieur Pastrovit se déplace, à l'aide d'un scooter, afin de réaliser un parcours constitué de sept étapes. Chaque étape est chronométrée.

Voici les distances et durées des étapes :

Étapes	Distance en km	Durée en min
Trajet : A vers B	10	20
Trajet : B vers C	8	10
Trajet : C vers D	7	12
Trajet : D vers E	5	6
Trajet : E vers F	12	15
Trajet : F vers G	10	11
Trajet : G vers A	12	14

- Déterminer pour chaque étape la vitesse moyenne (exprimée en km/h) du scooter. Les vitesses pourront être arrondies à 1 km/h près.
- Sur quel trajet M Pastrovit est-il le plus rapide ?
- Ecrire un algorithme permettant de calculer une vitesse moyenne à partir des saisies de la durée et de la distance d'un trajet.
- Traduire cet algorithme en « langage machine » (ou tout autre langage) afin de programmer le calcul d'une vitesse moyenne.
- Tester le programme en reprenant la question a).
- Quel peut être l'intérêt d'une telle programmation ?
- Le programme peut-il être mis en défaut ?
- Reprendre la question a) en utilisant un tableur.



Analyse et commentaires :

Objectifs :

- mettre en pratique quelques principes élémentaires de l'algorithmique (cf programme de 2^{nde}): gérer des entrées-sorties, affecter des valeurs, écrire une formule permettant un calcul, traduire un algorithme dans un langage de programmation.
- « A l'occasion de l'écriture d'algorithmes et de petits programmes, il convient de donner aux élèves de bonnes habitudes de rigueur et de les entraîner aux pratiques systématiques de vérification et de contrôle ». (programme 2^{nde})
- Percevoir l'intérêt d'une automatisation via une programmation constitue également un but.
- L'intérêt d'un tableur pour un programme basé sur de « simples affectations » doit être souligné.

Période souhaitable : 1^{er} trimestre.

Prérequis : « formule » de la vitesse moyenne



Commentaires sur l'énoncé:

- a) Déterminer pour chaque étape la vitesse moyenne du scooter. Les vitesses pourront être arrondies à 1 km/h près. (*pb de l'unité...*)
- b) Sur quel trajet M Pastrovit est-il le plus rapide ?
- c) Ecrire un algorithme permettant de calculer une vitesse moyenne à partir des saisies de la durée et de la distance d'un trajet. (*le choix des unités peut et doit être discuté*)
- d) Traduire cet algorithme en « langage machine » (ou tout autre langage) afin de programmer le calcul d'une vitesse moyenne. (*les différences entre les langages peuvent être abordées. Par exemple, déclaration de variables obligatoires avec algobox, pas avec le langage T.I., ni sur tableur...; souplesse d'utilisation du tableur, d'Algobox et rigidité de la programmation sur TI...*)
- e) Tester le programme en reprenant la question a).
- f) Quel peut être l'intérêt d'une telle programmation ? (*automatisation de la démarche, modification des données de départ (distances, durées)...*)
- g) Le programme peut-il être mis en défaut ? (*une réflexion sur un dénominateur nul peut être engagée...mais aussi les erreurs de saisie : ex valeurs négatives*)
- h) Reprendre la question a) en utilisant un tableur.
(*si le programme ne contient essentiellement que des entrées sorties et des affectations « simples », l'usage d'un tableur peut être plus pertinent qu'un programme sur T.I. ou avec algobox.*)



Exemple de scénario possible :

- **Séance 1 :**

Questions a) à c) et début d).

Algorithmme : calcul d'une vitesse à partir de la saisie d'une distance et d'une durée.

Saisir la distance du trajet. Appeler d cette distance.

Saisir la durée du trajet. Appeler t cette durée.

Calculer v :

Afficher : la vitesse moyenne
en km/h est égale à v.

Avec Albox:

```
Présentation de l'algorithme
Calcul de la vitesse moyenne à partir de la saisie de la distance et durée d'un trajet

Code de l'algorithme
▼ VARIABLES
  | d EST_DU_TYPE NOMBRE
  | t EST_DU_TYPE NOMBRE
  | v EST_DU_TYPE NOMBRE
▼ DEBUT_ALGORITHME
  | AFFICHER "distance du trajet en km?"
  | LIRE d
  | AFFICHER "durée du trajet en min?"
  | LIRE t
  | v PREND_LA_VALEUR d/(t/60)
  | AFFICHER "la vitesse moyenne est: "
  | AFFICHER v
  | AFFICHER "km/h"
▼ FIN_ALGORITHME
```



Programmation TI :

Program : vitesse

Input « distance en km? »,d

Input « durée en min? »,t

Print « vitesse moyenne »,v

Print « en km/h »

End

- Séance 2 :

Programmation (fin) et questions e) à h).

Tableur :

	A	B	C	D
	distance en km	durée en min	vitesse en km/h	vitesse en km/h
1				
2	10	20	=A2/(B2/60)	30
3	8	10	=A3/(B3/60)	48
4	7	12	=A4/(B4/60)	35
5	5	6	=A5/(B5/60)	50
6	12	15	=A6/(B6/60)	48
7	10	11	=A7/(B7/60)	54,5454545
8	17	14	=A8/(B8/60)	51,1285714

La pertinence du tableur doit être soulevée quand l'algorithme ne contient que des entrées-sorties et des affectations « simples »



Sujet 2 : Ecrire un algorithme qui détermine si trois points sont alignés avec la seule saisie des coordonnées des trois points.

- ◆ Proposition de réalisation de l'algorithme puis de la programmation sur Algobox.
- ◆ Proposition de scénario pédagogique pour un tel algorithme



Algorithme proposé

(sans appel à un programme de calculs de coordonnées : la composition de deux algorithmes n'est pas un attendu de l'algorithmique en classe de 2^{nde})

```
1  VARIABLES
2  xA EST_DU_TYPE NOMBRE
3  yA EST_DU_TYPE NOMBRE
4  xB EST_DU_TYPE NOMBRE
5  yB EST_DU_TYPE NOMBRE
6  xC EST_DU_TYPE NOMBRE
7  yC EST_DU_TYPE NOMBRE
8  xAB EST_DU_TYPE NOMBRE
9  yAB EST_DU_TYPE NOMBRE
10 xAC EST_DU_TYPE NOMBRE
11 yAC EST_DU_TYPE NOMBRE
12 DEBUT_ALGORITHME
13  LIRE xA
```

```
14  LIRE yA
15  LIRE xB
16  LIRE yB
17  LIRE xC
18  LIRE yC
19  xAB PREND_LA_VALEUR xB-xA
20  yAB PREND_LA_VALEUR yB-yA
21  xAC PREND_LA_VALEUR xC-xA
22  yAC PREND_LA_VALEUR yC-yA
23  SI (xAB*yAC-xAC*yAB==0) ALORS
24    DEBUT_SI
25    AFFICHER "Les points A,B et C sont alignés."
26    FIN_SI
27  SINON
28    DEBUT_SINON
29    AFFICHER "Les points A, B et C ne sont pas alignés."
30    FIN_SINON
31  FIN_ALGORITHME
```

Stage nouveau programme de seconde

Lycée Jules Fil - Carcassonne



Remarques sur cet algorithme

- ◆ Cet algorithme est long et exigeant : il paraît logique de le traiter par étapes.
- ◆ Cet algorithme n'est pas nouveau dans ce programme puisqu'il correspond à une **méthode** connue depuis longtemps dans les anciens programmes
- ◆ Cet algorithme utilise le principe de **données** (entrée), de variables (locales), **d'affectation** et de **test conditionnel** (Si... alors... sinon... Fin si)



Scénario pédagogique proposé

Première séance

Objectifs :

- ◆ maîtriser et employer à bon escient les coordonnées de vecteurs.
- ◆ écrire un algorithme du calcul des coordonnées d'un vecteur puis traduire par un programme (automatisation)

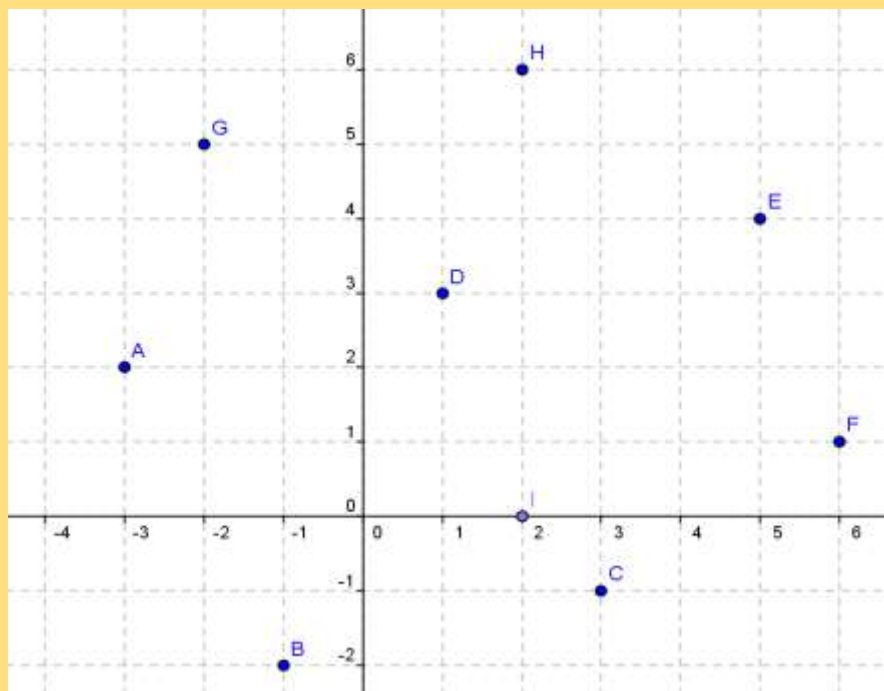


Scénario pédagogique proposé

Première séance

Mise en situation :

Trouver tous les parallélogrammes que l'on peut construire avec les points de cette figure... Justifier.



Scénario pédagogique proposé

Première séance

Compte rendu :

- ◆ Travail d'organisation et gestion de données
(Répartition par groupes possible)
- ◆ Elaboration d'un critère nécessaire et suffisant pour obtenir un parallélogramme
- ◆ Nécessité d'une automatisation... donc algorithmme !
- ◆ Synthèse sur la notion d'affectation.



Scénario pédagogique proposé

Seconde séance ou Second temps

Transformation d'algorithmes :

- ◆ Modifier l'algorithme ci-contre élaboré en première séance pour déterminer les coordonnées du milieu d'un segment ou la distance entre deux points repérés dans le plan.
- ◆ Possibilité de fournir un algorithme erroné et de demander de le corriger...

```
1  VARIABLES
2  xA EST_DU_TYPE NOMBRE
3  yA EST_DU_TYPE NOMBRE
4  xB EST_DU_TYPE NOMBRE
5  yB EST_DU_TYPE NOMBRE
6  xAB EST_DU_TYPE NOMBRE
7  yAB EST_DU_TYPE NOMBRE
8  DEBUT_ALGORITHME
9  LIRE xA
10 LIRE yA
11 LIRE xB
12 LIRE yB
13 xAB PREND_LA_VALEUR xB-xA
14 yAB PREND_LA_VALEUR yB-yA
15 AFFICHER "abscisse du vecteur AB : "
16 AFFICHER xAB
17 AFFICHER "ordonnée du vecteur AB : "
18 AFFICHER yAB
19 FIN_ALGORITHME
```



Scénario pédagogique proposé

Troisième séance

Objectifs :

- ◆ maîtriser et employer des vecteurs colinéaires (critère de colinéarité-déterminant).
- ◆ Résoudre un problème avec cet outil de vecteurs colinéaires



Scénario pédagogique proposé

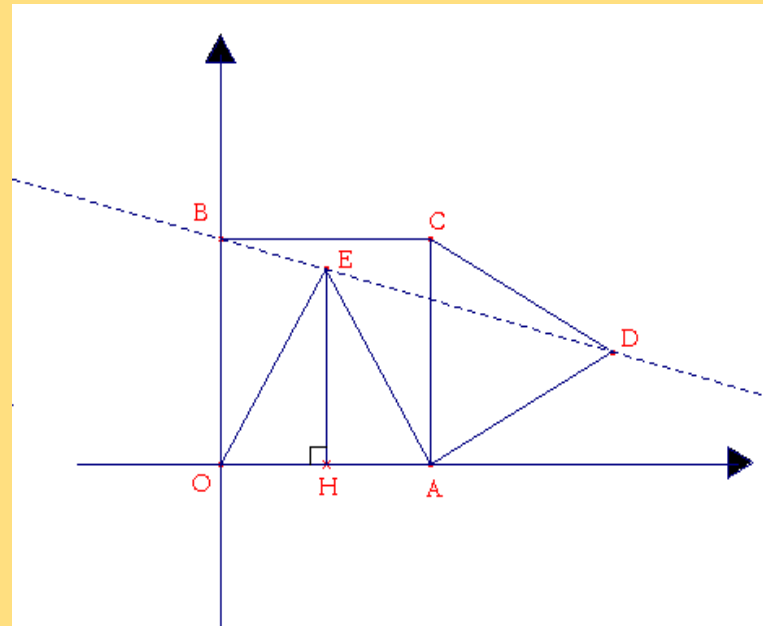
Troisième séance

Mise en situation 2 :

On considère un carré
OACB de côté 1.

On se place alors dans le
repère **orthonormé** $(O; \overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB})$

Les deux triangles OAE et
ACD sont équilatéraux (voir
figure).

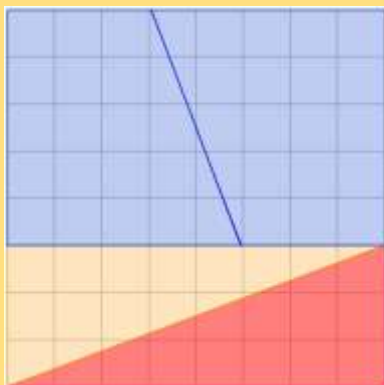


Scénario pédagogique proposé

Troisième séance

Mise en situation 3 :

On découpe un carré et on reconstitue un rectangle avec les différents morceaux. En quoi ce puzzle de Lewis Carroll est-il paradoxal ?



Scénario pédagogique proposé

Troisième séance

Compte rendu :

A travers ces trois situations de base qui permettent un questionnement sur un alignement de points, on est amené à rédiger un algorithme qui teste l'alignement de trois points. Sa traduction sous forme de programme devient alors un outil dans l'activité mathématique de la classe.

Une variante consisterait bien sûr à écrire l'algorithme de colinéarité de deux vecteurs...

Une excellente occasion pour faire (ou refaire) une synthèse sur la notion de condition SI... ALORS ... SINON... FINSI



Scénario pédagogique proposé

Troisième séance

Remarque :

Attention, certains logiciels de programmation (tel Algobox) fonctionnent sur un mode numérique. L'emploi d'un programme avec des coordonnées comportant des fractions ou des racines peut aboutir à un résultat erroné en raison d'arrondis (par exemple la situation 2 proposée).

Il est alors logique de considérer le programme (comme la calculatrice graphique) comme un outil permettant d'élaborer des conjectures ou d'avoir de fortes présomptions sur la véracité d'un problème...avec le recul nécessaire sur le logiciel employé.



Sujet 3: Analyser et commenter l'énoncé ci-dessous (objectifs...). Proposer un scénario pédagogique à partir de l'énoncé ci-dessous.

Voici les tarifs des photocopies pratiqués dans un magasin de reprographie :

De 1 à 30 : 0,12€ l'unité

De 31 à 60 : 0,10€ l'unité

De 61 à 100 : 0,08€ l'unité

Au-delà de 100 : 0,06€ l'unité.

- 1) Déterminer dans chacun des cas ci-dessous, le prix total de reprographie de :
 - a) 28 photocopies
 - b) 45 photocopies
 - c) 88 photocopies
 - d) 100 photocopies
 - e) 250 photocopies.
- 2) Ecrire un algorithme permettant de calculer le montant à payer en fonction du nombre n de photocopies.
- 3) Ecrire cet algorithme en langage de programmation (calculatrice, tableur, algobox...). Quel peut-être l'intérêt d'un tel programme ?
- 4) En observant la grille des tarifs dégressifs et en calculant des prix de photocopies, quelles « incohérences » peut-on relever ?



Analyse et commentaires :

Objectifs :

- Préparer, rédiger et tester un algorithme.
- cf programme de 2^{nde} : « l'algorithmique doit être en relation avec la vie courante » « A l'occasion de l'écriture d'algorithmes et de petits programmes, il convient de donner aux élèves de bonnes habitudes de rigueur et de les entraîner aux pratiques systématiques de vérification et de contrôle ».
- Mettre en pratique des instructions conditionnelles

Commentaires sur l'énoncé:

Voici les tarifs des photocopies pratiqués dans un magasin de reprographie :

- De 1 à 30 : 0,12€ l'unité
- De 31 à 60 : 0,10€ l'unité
- De 61 à 100 : 0,08€ l'unité
- Au-delà de 100 : 0,06€ l'unité.

1) Déterminer dans chacun des cas ci-dessous, le prix total de reprographie de :

a) 28 photocopies b) 45 photocopies c) 88 photocopies d) 100 photocopies

e) 250 photocopies. (*comprendre les tarifs et préparer la rédaction d'un algorithme*)

2) Ecrire un algorithme permettant de calculer le montant à payer en fonction du nombre n de photocopies.

3) Ecrire cet algorithme en langage de programmation (calculatrice, tableur, algobox...). Quel peut-être l'intérêt d'un tel programme ? (*prendre en compte d'éventuelles erreurs de saisie??*)

4) En observant la grille des tarifs dégressifs et en calculant des prix de photocopies, quelles « incohérences » peut-on relever ? (*les points de discontinuité du graphe des tarifs en fonction des photocopies font apparaître des curiosités*)

Stage nouveau programme de seconde

Lycée Jules Fil - Carcassonne

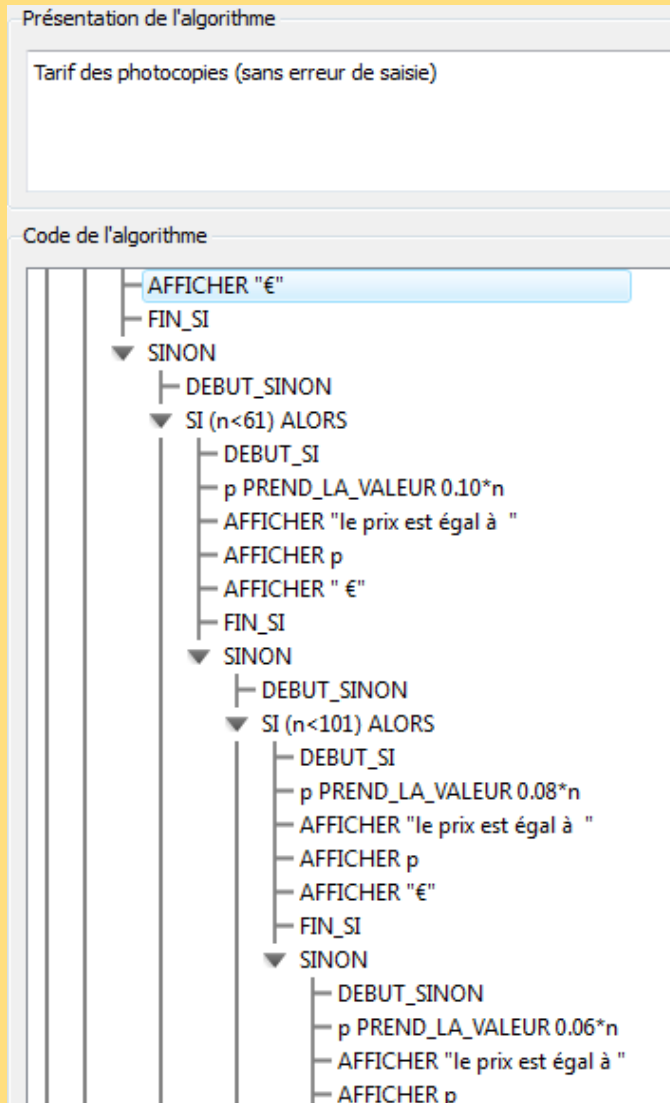


Exemple de scénario possible :

Séance 1 :

Questions 1) à 2) et début 3)

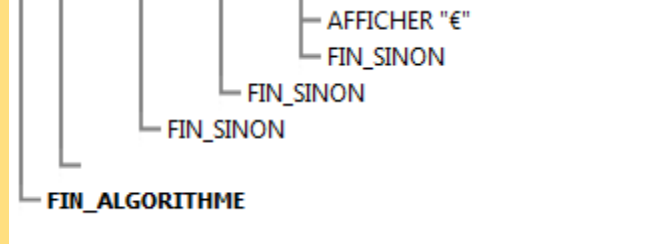
Avec algobox :



Stage nouveau programme de seconde

Lycée Jules Fil - Carcassonne

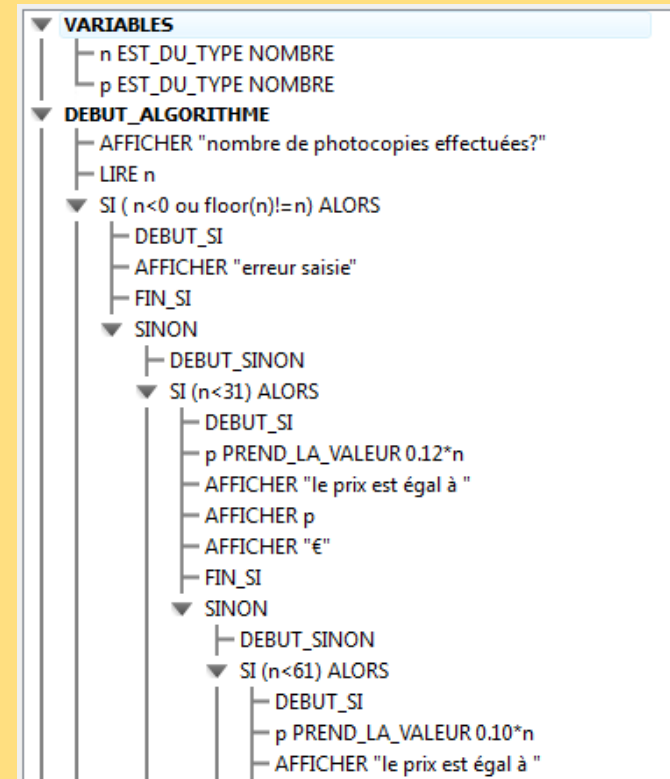


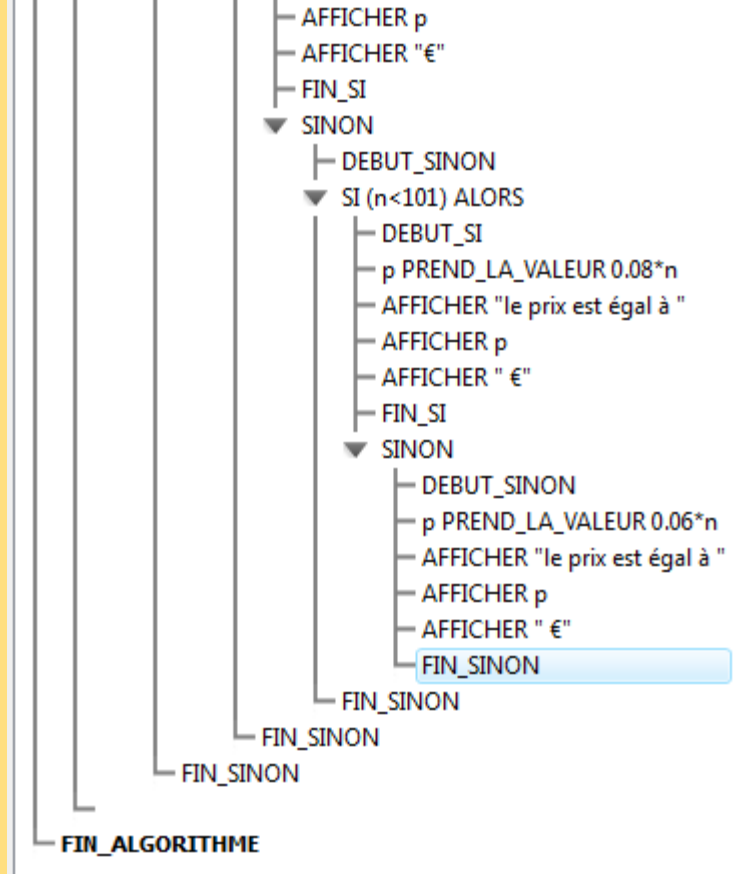


- **Séance 2 :**

Fin 3) Le choix du langage est libre. **Une réflexion sur des erreurs éventuelles de saisie peut être initiée pour améliorer le programme Ex : saisie d'un nombre qui n'est pas un naturel...**

Algorithme avec saisie obligatoire d'un naturel (facultatif)





4). Le tracé d'un graphique est pertinent. Usage intéressant du tableur (couple programme+graphe)

Rem : 4) sera traité en classe ou donné en exercice pour la prochaine séance.



Sujet 4 : Ecrire un algorithme qui calcule la moyenne d'une liste avec la seule saisie de l'effectif total.

- ◆ Proposition de réalisation de l'algorithme puis de la programmation sur Algobox.
- ◆ Proposition de scénario pédagogique pour un tel algorithme



Algorithmme proposé

```
1  VARIABLES
2  effectif EST_DU_TYPE NOMBRE
3  list EST_DU_TYPE LISTE
4  compteur EST_DU_TYPE NOMBRE
5  moyenne EST_DU_TYPE NOMBRE
6  DEBUT_ALGORITHMME
7  LIRE effectif
8  POUR compteur ALLANT_DE 1 A effectif
9  DEBUT_POUR
10  LIRE list[compteur]
11  FIN_POUR
12  POUR compteur ALLANT_DE 1 A effectif
13  DEBUT_POUR
14  moyenne PREND_LA_VALEUR moyenne+list[compteur]
15  FIN_POUR
16  moyenne PREND_LA_VALEUR moyenne/effectif
17  AFFICHER "la moyenne est : "
18  AFFICHER moyenne
19  FIN_ALGORITHMME
```



Remarques sur cet algorithme

- ◆ Cet algorithme est long et très exigeant : il peut être traité éventuellement en fin de seconde.
- ◆ Cet algorithme est délicat car il nécessite une **boucle** Pour (FOR pour les anglophones et les TI) et emploie la notion de **liste** qui est proche de celle des suites dans les programmes de première.



Scénario pédagogique proposé

Première séance

Objectifs :

- ◆ Comprendre et prévoir les résultats associés à une boucle
Pour... FinPour...
- ◆ Analyser, conjecturer et décrire un algorithme du calcul
de la somme de n nombres entiers consécutifs



Scénario pédagogique proposé

Première séance

Mise en situation :

Que fait cet
algorithme ?

```
1 VARIABLES
2  Compteur EST_DU_TYPE NOMBRE
3  Somme EST_DU_TYPE NOMBRE
4  N EST_DU_TYPE NOMBRE
5  DEBUT_ALGORITHME
6  AFFICHER "Nombre N : "
7  LIRE N
8  Somme PREND_LA_VALEUR 0
9  POUR Compteur ALLANT_DE 1 A N
10  DEBUT_POUR
11  Somme PREND_LA_VALEUR
    Somme + Compteur
12  FIN_POUR
13  AFFICHER "Sortie : "
14  AFFICHER Somme
15 FIN_ALGORITHME
```



Scénario pédagogique proposé

Première séance

Mise en situation :

- ◆ Le programme est actif et projeté en classe.
- ◆ On lance le programme pour différents N et on essaie d'interpréter le résultat. On lance pour ce faire le **mode pas à pas**.
- ◆ Dans la mesure où on effectue ce travail en petits groupes, on attribue une affectation (données et variable) et une décision de retour ou non dans la boucle) à chaque enfant (sur le mode ludique comme le suggère le document ressources) et on les fait exécuter ainsi l'algorithme.



Scénario pédagogique proposé

Première séance

Compte rendu :

On restitue enfin les résultats pour différentes N sous la forme de tableaux (dits traces d'exécution) avec entrée, traitement, sortie (ou données, traitement, résultat).

	Compteur	Somme	N	
Entrée	0	0	5	
Début de boucle	1	1	5	STOP boucle car Compteur = N
	2	3	5	
	3	6	5	
	4	10	5	
Fin de boucle	5	15	5	
Sortie		15		



Scénario pédagogique proposé

Seconde séance ou Second temps

Transformation d'algorithmes :

- ◆ Modifier l'algorithme ci-contre de la première séance pour sommer les 1000 premiers nombres impairs, ou additionner tous les carrés d'entiers de 81 à 1 004 004.
- ◆ Possibilité de différencier le second exemple avec une boucle Tant que... FinTantque.

```
1 VARIABLES
2  Compteur EST_DU_TYPE NOMBRE
3  Somme EST_DU_TYPE NOMBRE
4  N EST_DU_TYPE NOMBRE
5 DEBUT_ALGORITHME
6  AFFICHER "Nombre N : "
7  LIRE N
8  Somme PREND_LA_VALEUR 0
9  POUR Compteur ALLANT_DE 1 A N
10   DEBUT_POUR
11   Somme PREND_LA_VALEUR
12     Somme + Compteur
13   FIN_POUR
14  AFFICHER "Sortie : "
15  AFFICHER Somme
16 FIN_ALGORITHME
```



Scénario pédagogique proposé

Troisième séance

Objectifs :

- ◆ Maîtriser et employer la notion de moyenne d'une série statistiques.
- ◆ Construire un algorithme potentiellement évolutif pour obtenir d'autres indicateurs statistiques.



Scénario pédagogique proposé

Troisième séance

Mise en situation :

On souhaite posséder un outil qui calcule la moyenne de n'importe quelle série statistique...

On peut par exemple coupler la création et l'emploi de cet outil avec le calcul de moyennes de température sur de nombreux mois pour rechercher une trace éventuelle du réchauffement climatique...



Scénario pédagogique proposé

Troisième séance

Compte rendu :

Avec certains élèves, une différenciation naturelle consiste à leur demander d'écrire un algorithme (puis le programme) avec un effectif total fixé (par exemple à 8) pour éviter l'écueil de la donnée supplémentaire.

Il est du coup possible de ne pas utiliser la notion de liste et d'enregistrer seulement 8 données.

L'avantage de la liste est de pouvoir ensuite faire calculer d'autres indicateurs statistiques (avec une classe de première? type médiane... ou variance) ce qui est bien plus fastidieux sans liste.

La grande difficulté réside dans la notation des éléments de la liste (list[1], list[2]...) qui est ni plus ni moins celle d'une suite...

Cet algorithme ouvre donc des perspectives pour la classe de première...

