Académie de Montpellier

MATHEMATIQUES

EVALUATION DES COMPETENCES
A L'ENTREE DE LA CLASSE DE SECONDE
2012-2013

Cahier du professeur

SOMMAIRE

PRESENTATION

Cette évaluation à l'entrée en classe de seconde a pour finalité de mettre à disposition des enseignants un outil d'évaluation leur permettant, à partir d'un repérage des points forts et des points faibles, de décider des actions pédagogiques adaptées aux besoins de chaque élève pour poursuivre ou conforter ses apprentissages. Depuis la mise en œuvre du socle commun de connaissances et de compétences et la volonté de mettre en place dans tous les collèges des parcours personnalisés de réussite éducative, l'intérêt de ce dispositif est encore plus grand. Cette évaluation ne saurait cependant dispenser de la consultation du livret personnel de compétences des élèves.

Ce protocole a été construit par un groupe de six enseignants de mathématiques de collège, lycée et lycée professionnel, d'un inspecteur de l'éducation nationale et d'un inspecteur d'académie inspecteur pédagogique régional de mathématiques, tous de l'académie de Montpellier ; il a été testé dans des classes de troisième et de seconde. Ce protocole tient compte de la mise en œuvre des programmes, dits 2009, du collège. Si certains exercices sont nouveaux, d'autres s'inspirent directement ou sont des exercices ayant déjà été utilisés lors de précédentes évaluations en France ou à l'étranger. Ce protocole fait une large part aux compétences attendues en fin de collège mais ne néglige pas pour autant les compétences du socle commun. Ceci permettra aux enseignants de prendre en compte et mettre en évidence la progressivité des attentes concernant certaines notions. Les commentaires de chacun des exercices reprennent ces différents éléments.

Les compétences évaluées relèvent des champs habituels de l'enseignement des mathématiques au collège : espace et géométrie, exploitation de données numériques, grandeurs et mesures, connaissance des nombres, calcul. Elles ont cependant été regroupées selon les modalités d'organisation du programme de la classe de seconde générale ou professionnelle. Elles ne couvrent pas l'ensemble des compétences que doivent acquérir les élèves au collège, les modalités de passation, essentiellement écrites et forcément réduites en durée, ne pouvant le permettre.

Les documents d'évaluation comprennent les cahiers d'élèves, le document professeur. Vous recevrez par ailleurs des consignes pour l'acquisition des résultats de chacun de vos élèves afin que l'application web du nom de LASARE (Logiciel d'Aide à la Saisie et à l'Analyse des Résultats des Evaluations) vous apporte l'aide souhaitée pour la constitution de groupes de besoin que vous pourrez mettre en place dans le cadre de l'accompagnement personnalisé. La procédure vous sera précisée par votre chef d'établissement ; elle vous permettra ainsi d'exploiter les résultats de l'évaluation. Ce cahier propose, d'autre part, des pistes de remédiation ou d'approfondissement qu'il vous appartient, ou non, d'exploiter.

AVANT L'EPREUVE

Prévenir les élèves du matériel nécessaire pour la passation à savoir :

- **une règle graduée, une calculatrice**

Il faut présenter les exercices de la façon la plus simple et la plus rassurante possible. Toute appréhension de la part des élèves risquerait de nuire à leur travail. Dire par exemple : « Pour mieux connaître ce que vous savez faire, je vais vous demander de répondre à différentes questions. Certaines sont faciles, d'autres moins ; essayez de répondre le mieux possible. »

Préciser qu'en cours d'épreuve vous ne pourrez répondre à aucune question et que vous ne pouvez apporter aucune information complémentaire ni susceptible d'orienter la réponse. Si la consigne s'avère incomprise, vous pourrez juste la relire ou expliciter le sens de certains mots, redonner des précisions matérielles.

Choisir le mode de passation : les élèves devant l'ordinateur pour faire défiler le texte de l'évaluation et notant les résultats sur une copie ordinaire (cas 1) ou disposant du cahier élève (cas 2).

Dans le cas 1, prévoir la duplication des feuilles figurant dans les deux pages suivantes de ce cahier. Ceci permettra aux élèves de travailler sur les graphiques nécessaires et qu'ils doivent rendre avec leur copie. Ces documents sont donc à distribuer à l'entrée en classe.

Dans le cas 2, prévoir la duplication des cahiers élèves.

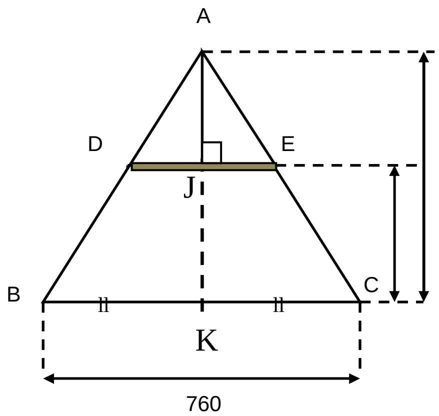
Documents à dupliquer (en cas de passation devant écran d'ordinateur)

Nom : **Prénom :** **Classe :**

Exercice 1 : Exercice dicté par le professeur lors de la première séquence.

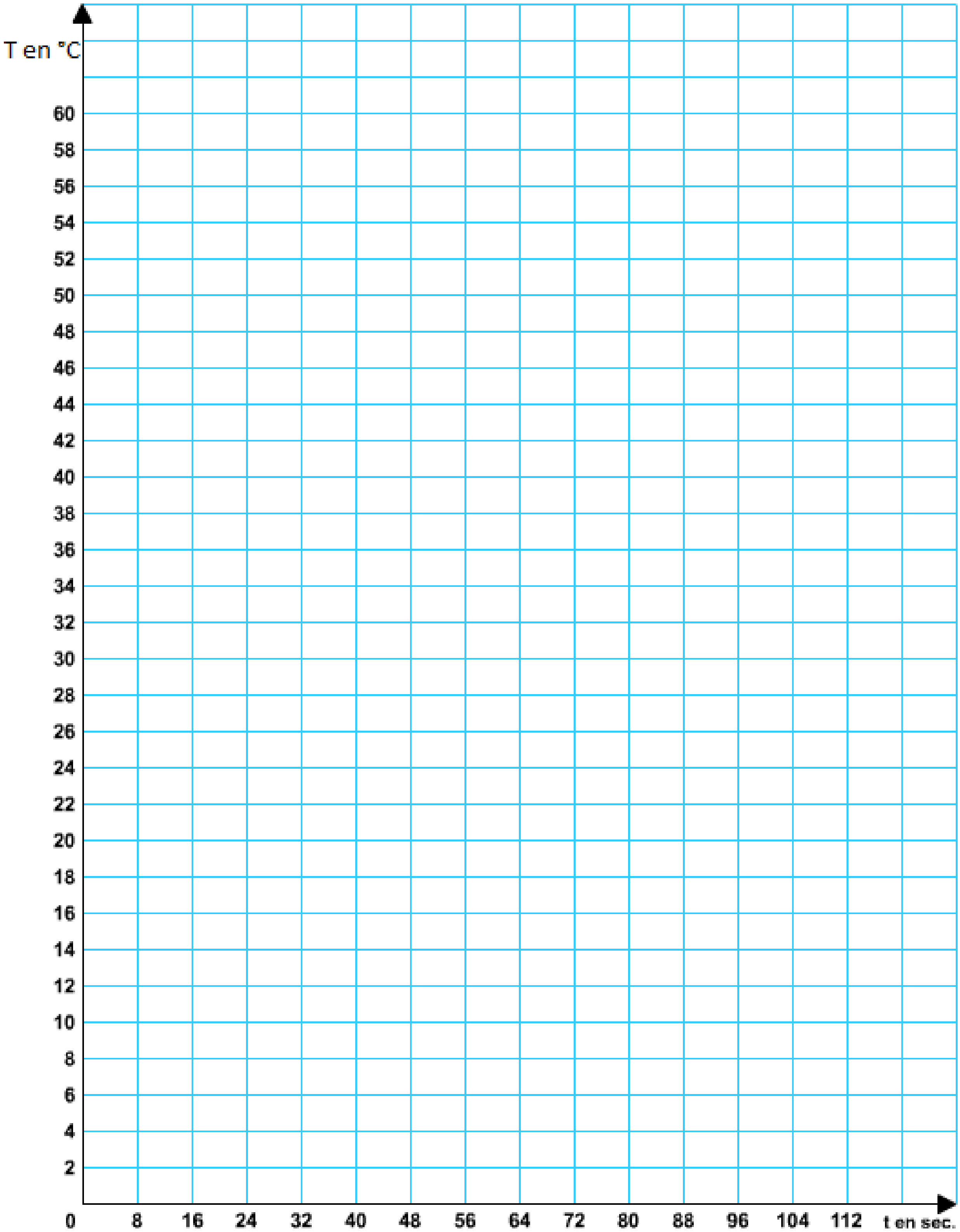
a)	
b)	
c)	
d)	
e)	
f)	
g)	

Exercice 4 : Le schéma à compléter :



Nom : **Prénom :** **Classe :**

Exercice 5 : **Le graphique à compléter lors de la première séquence.**



Nom : **Prénom :** **Classe :**

Exercice 6 dicté par le professeur lors de la deuxième séquence.

a)

b)

c)

d)

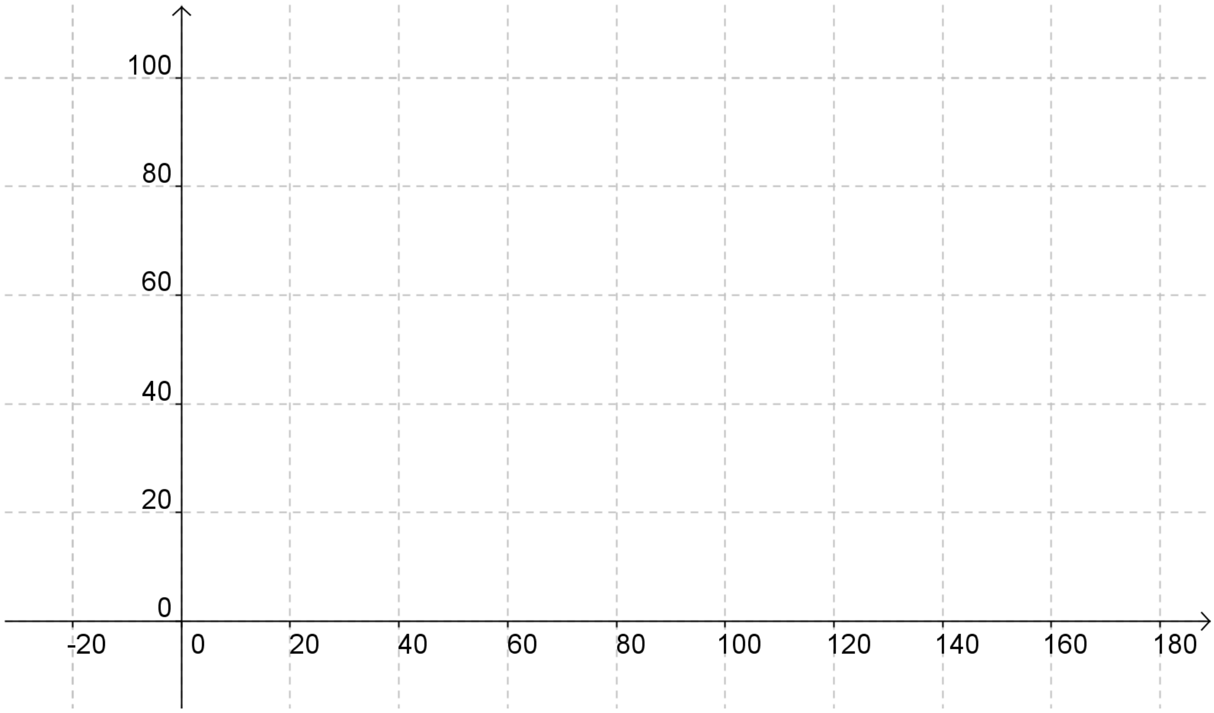
e)

f)

g)

h)

Exercice 8 : Le graphique à compléter lors de la deuxième séquence.



PENDANT L'EPREUVE

<u>Première séquence de 50 minutes.</u>

Rappeler le matériel nécessaire : règle graduée et calculatrice qui n'est accessible qu'à partir de l'exercice 3.
Distribuer les cahiers d'évaluation (cas 2) ou les photocopies des documents nécessaires (cas 1) pour cette séquence.

L'enseignant doit dicter les exercices suivants.

Exercice 1 : durée six minutes.

Dire aux élèves :
« La calculatrice est interdite pour cette partie. Je vais vous donner des calculs à exécuter mentalement ou de petits problèmes. Je vais les dire deux fois tout en les écrivant au tableau. J'effacerai ensuite le tableau après chaque calcul. Pour chacun calcul, faites le mentalement et écrivez aussitôt le résultat dans la case correspondante. Si vous ne savez pas répondre, mettez une croix. Le temps est minuté pour chaque calcul»

Dictez chaque opération deux fois. Laisser 20 secondes pour chaque opération.

Case a) : $2+\frac{1}{3}$.

Case b) : $3\times\frac{4}{5}$.

Case c) : $\frac{1}{3}+\frac{2}{5}$.

Case d) : $\frac{\left(\frac{2}{3}\right)}{3}$ dire « deux tiers divisé par 3 ».

Dire aux élèves :
« La calculatrice est toujours interdite pour cette partie. Je vais vous lire deux fois l'énoncé de petits problèmes. Vous écrirez la réponse dans la case correspondante. Si vous ne savez pas répondre, mettez une croix. »

Laisser une minute pour chaque résolution.

Case e) : Dans une école maternelle, il y a 12 élèves en petite section et 16 élèves en grande section. Le tiers des petits et la moitié des grands savent écrire leur prénom. Combien d'élèves savent écrire leur prénom.

Case f) : On dépose une bactérie dans un bocal. On sait que le nombre de bactéries double toutes les heures. Combien de bactéries au bout de six heures ?

Case g) : Dans un triangle rectangle, les deux côtés de l'angle droit ont pour longueur en cm $\sqrt{2}$ et 3. Quelle est, en cm, la longueur de l'hypoténuse ? Une valeur exacte est attendue.

Consignes de passation pour les exercices 2, 3, 4 et 5 :

Préciser aux élèves que la démarche sera prise en compte, les élèves devront donc écrire leur recherche dans le cadre dans les cadres prévus à cet effet. On ne précise rien quant au temps de passation de chaque exercice, l'élève gère seul son temps.

Ramasser les cahiers d'évaluation.

<u>Deuxième séquence de 50 minutes.</u>

Rappeler le matériel nécessaire : règle graduée et calculatrice qui n'est accessible qu'à partir de l'exercice 8.
Distribuer les cahiers d'évaluation (cas 2) ou les photocopies des documents nécessaires (cas 2) pour cette séquence.

L'enseignant doit dicter l'exercice suivant.

Exercice 6 :

Dire aux élèves :
« La calculatrice est interdite pour cette partie. Je vais vous donner des équations ou des calculs à exécuter mentalement. Je vais les dire deux fois tout en les écrivant au tableau. J'effacerai ensuite le tableau. Vous écrirez le résultat exact de ce calcul ou de ce problème dans la case correspondante. Si vous ne savez pas répondre, mettez une croix. »

Dictez chaque « opération » deux fois puis laisser 30 secondes pour chaque calcul.

Case a) : Résoudre l'équation $3x = 12$.

Case b) : Résoudre l'équation $12 = 3 - t$.

Case c) : Résoudre l'équation $\frac{a}{3} = 12$.

Case d) : Résoudre l'équation $5x = 0$.

Case e) : Résoudre l'équation $4(2 - x) = 0$.

Case f) : Réduire l'expression $A = 3x + 5 - 2x$.

Case g) : Factoriser l'expression $B = 5x - 15$.

Case h) : Factoriser l'expression $C = 3x^2 + 5x$.

Consignes de passation pour les exercices 7, 8 et 9 :

Préciser aux élèves que la démarche sera prise en compte, les élèves devront donc écrire leur recherche dans le cadre dans les cadres prévus à cet effet. On ne précise aucune durée pour ces exercices.

En fin de séquence, ramasser les cahiers d'évaluation.

APRES L'EPREUVE

Signification des codages.

Le choix des codes s'appuie sur la grille de codage suivante où seuls les codes 1 et 2 sont des codes de réussite.

Code 1	Réponse exacte, procédure induite par l'énoncé, objectif atteint
Code 2	Réponse exacte, mais formulation moins attendue ou non exhaustive. On peut tout de même considérer que l'objectif est atteint.
Code 3	Réponse partiellement exacte sans éléments erronés.
Code 4	Réponse partiellement exacte avec éléments erronés
Code 5	Réponse pouvant être interprétée comme une mauvaise lecture de consigne
Code 6	Réponse erronée spécifiée
Code 7	Réponse erronée spécifiée
Code 8	Réponse erronée spécifiée
Code 9	Autre réponse erronée
Code 0	Absence de réponse

Consignes de codage par items.

Nous distinguons ici les champs habituels du programme (gestion de données, nombres et calculs, géométrie, grandeurs et mesures) des items tels qu'ils sont présentés dans le socle commun de connaissances et compétences qui peuvent fournir des indications quant à une autre analyse des possibilités des élèves ; il s'agit en particulier de :

- Rechercher, extraire et organiser l'information utile
- Réaliser, manipuler, mesurer, calculer, appliquer des consignes
- Raisonner, argumenter, pratiquer une démarche expérimentale ou technologique, démontrer
- Présenter la démarche suivie, les résultats obtenus, communiquer à l'aide d'un langage adapté

Les connaissances et capacités signalées dans la suite sont celles qui apparaissent dans les programmes du collège et la dernière entrée précise si celles-ci relèvent ou non du socle commun de connaissances et compétences.

Exercice 1 :

CHAMP : **Nombres et calcul : calcul mental.**

CONNAISSANCES ET CAPACITES :

- ➢ **Savoir additionner, multiplier et diviser des nombres relatifs écrits sous forme fractionnaire.**
- ➢ **Savoir utiliser la notion de puissance d'un nombre.**
- ➢ **Savoir utiliser le théorème de Pythagore.**

COMMENTAIRES liés au socle commun de connaissances et de compétences :

→ Cet exercice relève du socle commun de connaissances et de compétences attendus en fin de troisième pour ce qui est du calcul avec les fractions ou la notion de puissance. Le théorème de Pythagore, lui, n'est pas un exigible du socle commun et pour ce qui concerne la racine carrée d'un nombre, seule l'utilisation de la calculatrice pour déterminer une valeur exacte ou approchée tient du socle commun.

Codage

Item 1

Réponse exacte : $\frac{7}{3}$ ………………..………… code 1
Confusion des règles sur les opérations …… code 6
Autres réponses ……………………..………. code 9
Absence de réponse ………………………….. code 0

Item 2

Réponse exacte : $\frac{12}{5}$ ………….……………. code 1
Autres réponses ………………………………. code 9
Absence de réponse … ………………………. code 0

Item 3

Réponse exacte : $\frac{11}{15}$ ……………..……… code 1
Confusion des règles sur les opérations ……. code 6

Autres réponses ………………………………. code 9
Absence de réponse …………………….……. code 0

Item 4

Réponse exacte : $\frac{2}{9}$ ………….……………... code 1
Autres réponses ………..………..…….. code 9
Absence de réponse ………………………….. code 0

Item 5

Réponse exacte : 12 ………………..…………. code 1
Autres réponses ………..……………………. code 9
Absence de réponse ………………………….. code 0

Item 6

Réponse exacte : 64 …….……………………... code 1
Autres réponses ……………………………….. code 9
Absence de réponse ………....………………. code 0

Item 7

Réponse exacte : $\sqrt{11}$ ……………..……… code 1
Autres réponses ………………………………. code 9
Absence de réponse …………………….……. code 0

Commentaire

Les programmes de collège, conjointement à l'évaluation du socle commun de connaissances et compétences, ont permis une plus grande progressivité des apprentissages des opérations sur les fractions. Les calculs proposés sont typiques des exigibles du socle commun en ce qui concerne le calcul mental avec les fractions à l'issue de la classe de troisième. Un investissement important des enseignants est nécessaire et avéré dans toutes les classes de collège pour une pratique régulière du calcul mental ; le programme de seconde prévoit la continuation de ce travail.

Le recours au calcul mental n'a de sens que si les situations proposées en créent le besoin chez l'élève. Si un entraînement régulier est nécessaire, le calcul mental ne doit pas être limité aux seules plages horaires prévues à cet effet. L'un des objectifs de l'enseignement des mathématiques en collège est de permettre à l'élève de distinguer, à la vue d'un calcul, si celui-ci nécessite l'emploi de la « tête », du papier en posant l'opération, de la calculatrice ou d'un logiciel.

On trouvera des exemples d'activités dans les « Documents d'accompagnement » du collège ainsi que dans deux brochures IREM, l'une de Clermont-Ferrand intitulé « Calcul mental et automatismes », l'autre de l'IREM de Lyon. Le site académique propose des diaporamas directement utilisables en classe.

Exercice 2 :

CHAMP : Nombres et calcul : les nombres fractionnaires, les racines carrées, les puissances.

CONNAISSANCES ET CAPACITES :
- **Savoir additionner, multiplier et diviser des nombres relatifs écrits sous forme fractionnaire.**
- **Savoir utiliser la notion de puissance d'un nombre.**
- **Connaître la définition de la racine carrée d'un nombre.**
-

COMMENTAIRES liés au socle commun de connaissances et de compétences :

→ **Cet exercice relève du socle commun de connaissances et de compétences attendus en fin de troisième sauf pour ce qui concerne les items 11 et 12.**

Codage

Item 8
Réponse C et D…… ……..…………………... code 1
Réponse C ou D seule ……. ..………………... code 3
Réponse B ……………………………………… code 6
Autres réponses ……………………………….. code 9
Absence de réponse ………....………………. code 0

Item 9
Réponse C ……….. ……...…………………... code 1
Réponse A ou B ……….………………………. code 6
Autres réponses ……………………………….. code 9
Absence de réponse ………....………………. code 0

Item 10
Réponse exacte C et D …..…………………... code 1
Réponse C ou D seule …… ..………………... code 3
Réponse A ou B ……………………………….. code 6
Autres réponses ………………………………. code 9
Absence de réponse ………....………………. code 0

Item 11
Réponse B et D ….. ……..…………………... code 1
Réponse B ou D seule ……. ..………………... code 3
Autres réponses ……………………………….. code 9
Absence de réponse ………....………………. code 0

Item 12
Réponse A ……….. ……..…………………... code 1
Autres réponses ……………………………….. code 9
Absence de réponse ………....………………. code 0

Exercice 3 :

CHAMP DU PROGRAMME : Gestion de données.

CONNAISSANCES :
- **Savoir calculer une fréquence.**
- **Lire et interpréter des informations à partir d'un tableau.**
- **Exprimer et exploiter les résultats de mesure d'une grandeur.**

CAPACITES :
- **Rechercher, extraire et organiser l'information utile.**
- **Raisonner, argumenter.**
- **Présenter la démarche suivie, communiquer.**

COMMENTAIRES liés au socle commun de connaissances et de compétences :

→ **Cet exercice relève du socle commun de connaissances et de compétences attendus en fin de troisième.**

Codage

Item 13
25,12% ou 0,2512 ou tout résultat s'en approchant ……………………………………………………… code 1
18,14% ou 0,1814 ou tout résultat s'en approchant ……………………………………………………… code 8
6,97% ou 0,0697 ou tout résultat s'en approchant ……………………………………………………….. code 8
Autres réponses ……………………………………………………………………………………………. code 9
Absence de réponse ………………………………………………………………………………………. code 0
Le code 8 teste une erreur de lecture ou de compréhension de la question.

Item 14
Léa est en infraction mais Arnaud peut conduire………………….. ………………………………………. code 1
Autres réponses ……………………………………………………………………………………………. code 9
Absence de réponse ………………………………………………………………………………………. code 0

Item 15
2 heures ………………………………………………………………….. ………………………………………. code 1
Argumentation fausse mais cohérente avec la réponse précédente………………………………………… code 7
Autres réponses ……………………………………………………………………………………………. code 9
Absence de réponse ………………………………………………………………………………………. code 0

Item 16 : le code teste la réponse
4 verres . ………………………………………………………………….. ………………………………………. code 1

Autres réponses …………………………………………………………………………………………………… code 9
Absence de réponse ………………………………………………………………………………………… code 0

Item 17 : le code teste l'argumentation.
Argumentation valable ……………………………………………….. ………………………………………… code 1
Argumentation fausse mais cohérente avec la réponse précédente….…………………………………… code 7
Autres réponses …………………………………………………………………………………………………… code 9
Absence de réponse ………………………………………………………………………………………… code 0

Commentaire

Le calcul de fréquence est introduit en classe de cinquième mais ne constitue pas dans cette classe un attendu du socle commune pour son évaluation ; celle-ci intervient dans les classes ultérieures du collège, la notion de fréquence doit donc être réinvestie au fil du collège. Pour mémoire, sont introduites successivement les notions de fréquence en cinquième, de moyenne pondérée en classe de quatrième et les caractères de dispersion d'une série statistique (médiane, quartiles) en classe de troisième. Pour autant, le socle commun ne prend en compte que les caractères de position.

Si la lecture d'un tableau est chose fréquente en mathématiques et dans les autres disciplines, l'exercice vaut par la multiplicité des documents donnés, multiplicité à laquelle les élèves seront confrontés aussi bien en histoire-géographie qu'en sciences et techniques industrielles par exemple.

Exercice 4 :

CHAMP DU PROGRAMME : Géométrie.

CONNAISSANCES :
- **Savoir utiliser le théorème de Thalès.**
- **Connaître les propriétés des figures élémentaires.**

CAPACITES :
- **Rechercher, extraire et organiser l'information utile.**
- **Choisir et exécuter une méthode de résolution.**
- **Raisonner, argumenter.**
- **Présenter la démarche suivie, communiquer.**

COMMENTAIRES liés au socle commun de connaissances et de compétences :

→ **Cet exercice relève du socle commun de connaissances et de compétences attendus en fin de troisième. Dans ce cadre, les élèves n'ont pas à formellement distinguer le théorème direct de Thalès et sa réciproque.**

Codage

Item 18
250 et 450 bien indiqués ……………………………..………………………………………………………… code 1
Autres réponses …………………………………………………………………………………………………… code 9
Absence de réponse ………………………………………………………………………………………… code 0

Item 19
169 ………………………………………………………………………… ……………………………………… code 1
L'élève investit le calcul mais n'aboutit pas……………………… ……………………………………… code 4
Autres réponses …………………………………………………………………………………………………… code 9
Absence de réponse ………………………………………………………………………………………… code 0

Item 20
Réponse « Oui » ………………………………………..……………………………………………………… code 1
Autres réponses …………………………………………………………………………………………………… code 9
Absence de réponse ………………………………………………………………………………………… code 0

Item 21
Argumentation correcte …………………………………………………………………………………………… code 1
Argumentation correcte mais l'élève ne justifie pas que J est milieu de [DE] ………………….…………. code 2
Autres réponses ……………………………………………………………………………………………………. code 9
Absence de réponse ………………………………………………………………………………………………. code 0

Item 22
Réponse 15 ……………………………………………………………………………………………………… code 1
Autres réponses ……………………………………………………………………………………………………. code 9
Absence de réponse ………………………………………………………………………………………………. code 0

Item 23
Argumentation correcte, un dessin suffira éventuellement……………………………………………………. code 1
Autres réponses ……………………………………………………………………………………………………. code 9
Absence de réponse ………………………………………………………………………………………………. code 0

Commentaire

La compréhension de la phase de modélisation au travers des trois étapes marquées par les trois figures est essentielle à la réussite de l'exercice. Regardant la situation réelle, l'élève doit comprendre la modélisation dans l'espace par le prisme droit puis extraire le plan nécessaire au raisonnement. Les concepteurs ont hésité entre la version proposée ici et une autre, bien plus ouverte qui laissait ce travail de modélisation à la charge de l'élève ; le format de l'évaluation et, en particulier la durée de la séquence, a entraîné le choix de cette version qui rend la tâche de l'élève moins complexe. Pour autant, ils considèrent que ce type de tâche est fondamental et qu'en cours de formation, les élèves doivent s'y trouver confronter aussi bien au collège qu'en lycée ou lycée professionnel.

Exercice 5 :

CHAMP DU PROGRAMME : Gestion de données.

CONNAISSANCES :
- **Réaliser un graphique.**
- **Lire un graphique.**
- **Savoir utiliser la proportionnalité.**

CAPACITES :
- **Rechercher, extraire et organiser l'information utile.**
- **Choisir et exécuter une méthode de résolution.**
- **Raisonner, argumenter.**
- **Présenter la démarche suivie, communiquer.**

COMMENTAIRES liés au socle commun de connaissances et de compétences :

→ **Cet exercice ne relève pas du socle commun de connaissances et de compétences attendus en fin de troisième pour tout ce qui concerne les fonctions affines et, en particulier, la propriété des accroissements.**

Codage

Item 24
Graphique complet et sans erreur ……………………………………………………………………………… code 1
Un point mal placé, en particulier, celui de coordonnées (0 ; 16) ……………………………………….... code 4
Autres réponses ……………………………………………………………………………………………………. code 9
Absence de réponse ………………………………………………………………………………………………. code 0

Item 25
Méthode graphique proposée ……………………………………………………………………………………. code 1
Autres réponses ……………………………………………………………………………………………………. code 9
Absence de réponse ……………………………………………………………………………………………… code 0

Item 26
40 ou valeur très proche de ce nombre ………………………………………………………………………… code 1
Autres réponses ……………………………………………………………………………………………………. code 9
Absence de réponse ……………………………………………………………………………………………… code 0

Item 27
56 ………………………………….. ………………………..………………………………………………………… code 1
Autres réponses ……………………………………………………………………………………………… code 9
Absence de réponse ………………………………………………………………………………………… code 0

Item 28
Méthode utilisant la propriété des accroissements ………..…………………………………………………… code 1
Méthode utilisant une fonction affine qui aboutit ………………………………………………………………….. code 2
Méthode utilisant une fonction affine qui n'aboutit pas ……….. ………………………………………………….. code 3
Autres réponses ……………………………………………………………………………………………… code 9
Absence de réponse ………………………………………………………………………………………… code 0

Commentaire

Cet exercice est inspiré d'une évaluation proposée en Belgique, à un autre niveau, dont on pourra trouver l'énoncé sur le site : http:// www.enseignement.be. Ce site présente d'ailleurs de nombreuses situations d'évaluation intéressantes qu'elles soient de niveau collège ou lycée.
Il paraissait important aux concepteurs de distinguer, dans une classe, les élèves qui manipulent les fonctions dans un contexte particulier mais qui sont en difficulté lorsqu'elles interviennent dans le cadre purement mathématique ; c'est pourquoi il a été choisi de proposer dans cette évaluation les exercices 5 et 8. La référence aux fonctions affines n'est donc pas un attendu de cet exercice : les élèves peuvent très bien mettre en œuvre une stratégie de calcul pour déterminer les réponses attendues. L'utilisation explicite d'une fonction affine, ici la fonction qui à x associe $0{,}4x+16$, montre un degré d'abstraction supplémentaire quoiqu'ici son efficacité soit minime, degré à repérer.

Exercice 6

CHAMP DU PROGRAMME : Nombres et calcul.

CONNAISSANCES :
- **Résoudre une équation du premier degré.**
- **Réduire une expression algébrique simple.**
- **Factoriser une expression algébrique dans laquelle le facteur est apparent**

COMMENTAIRES liés au socle commun de connaissances et de compétences :

$\rightarrow$ **Cet exercice ne relève pas du socle commun de connaissances et de compétences attendus en fin de troisième.**

Codage

Item 29
4………………………………………………code 1
Autres réponses ……………………………code 9
Absence de réponse ……………………… code 0

Item 30
-9………………………………………………code 1
Autres réponses ……………………………code 9
Absence de réponse ……………………… code 0

Item 31
36…………………………………..…………code 1
Autres réponses ……………………………code 9
Absence de réponse ……………………… code 0

Item 32
0………………………………………………code 1
Autres réponses ……………………………code 9
Absence de réponse ……………………… code 0

Item 33
2………………………………………………code 1
Autres réponses ……………………………code 9
Absence de réponse ……………………… code 0

Item 34
$x+5$ …………………………………………code 1
Autres réponses ……………………………code 9
Absence de réponse ……………………… code 0

Item 35
$5(x-3)$………………..………………………code 1
Autres réponses ……………………………code 9
Absence de réponse ……………………… code 0

Item 36

$x(3x+5)$……………………………………code 1
Autres réponses ……………………………code 9
Absence de réponse …………………….… code 0

Commentaire

Une scission nette entre programme et socle commun se présente sur ce type d'exercices. En effet, la notion d'équation ne fait pas partie du socle commun de connaissances et compétences ; néanmoins, les élèves peuvent être amenés à résoudre des problèmes du premier degré en utilisant soit une méthode arithmétique, soit une méthode par essais successifs…. L'évaluation et la validation du socle en fin de troisième ne peuvent donc prendre en compte que ces éléments. Pour autant, les programmes de mathématiques prévoient l'apprentissage de la notion d'équation du premier degré en quatrième, du second degré de la forme $A(x)\times B(x)=0$ en troisième. Il en va de même pour la factorisation par un facteur apparent (hors du socle mais dans le programme).

Exercice 7

CHAMP DU PROGRAMME : Nombres et calcul.

CONNAISSANCES :
- **Calculer avec des nombres.**
- **Utiliser le calcul littéral pour prouver une généralité.**

CAPACITES :
- **Choisir et exécuter une méthode de résolution.**
- **Raisonner, argumenter.**
- **Présenter la démarche suivie, communiquer.**

COMMENTAIRES liés au socle commun de connaissances et de compétences :

→ Cet exercice ne relève pas du socle commun de connaissances et de compétences attendus en fin de troisième pour ce qui concerne l'utilisation du calcul littéral pour prouver une généralité, par contre il en relève pour ce qui est du calcul numérique.

Codage

Item 3 7
Pour 2, on obtient -1 avec chaque programme ……………………..……………..……………………… code 1
Autres réponses ………………………………………………………………………………………………. code 9
Absence de réponse …………………………………………………………………………………………. code 0

Item 38
Pour 5, on obtient 8 avec chaque programme …………..……………………………………………… code 1
Autres réponses ………………………………………………………………………………………………. code 9
Absence de réponse …………………………………………………………………………………………. code 0

Item 39
Pour -1, on obtient 8 avec chaque programme …………..………………..…………………………… code 1
Mauvaise utilisation des parenthèses…….. ……………..……………..…………….…………………… code 6
Autres réponses ………………………………………………………………………………………………. code 9
Absence de réponse …………………………………………………………………………………………. code 0

Item 40
Les résultats obtenus avec les deux programmes sont identiques ……………………………………….code 1
Autres réponses ………………………………………………………………………………………………. code 9
Absence de réponse …………………………………………………………………………………………. code 0

Item 41
Argumentation correcte avec le calcul littéral ………………..……………………………………………. code 1
L'élève investit le calcul littéral mais n'aboutit pas……………………………………………………… code 4
Autres réponses et surtout l'élève n'investit pas le calcul littéral……………………..………………… code 9
Absence de réponse …………………………………………………………………………………………. code 0

Commentaire
La notion de programme de calcul est travaillée en collège selon deux optiques : l'introduction du calcul littéral comme outil de simplification de la rédaction de ces programmes, l'introduction de la notion de fonction. L'objectif visé par l'exercice est de tester si l'élève mobilise de lui-même le calcul littéral comme moyen de démonstration.

<u>Exercice 8</u>

<u>CHAMP DU PROGRAMME :</u> Fonctions affines.

<u>CONNAISSANCES :</u>
- **Représenter graphiquement une fonction affine.**
- **Déterminer graphiquement l'image et l'antécédent d'un nombre.**
- **Déterminer une fonction affine à partir de deux nombres et leurs images.**
- **Déterminer par le calcul l'image et l'antécédent 'un nombre par une fonction affine.**

<u>CAPACITES :</u>
- **Choisir et exécuter une méthode de résolution.**
- **Raisonner, argumenter.**
- **Présenter la démarche suivie, communiquer.**

<u>COMMENTAIRES liés au socle commun de connaissances et de compétences :</u>

→ **Cet exercice ne relève pas du socle commun de connaissances et de compétences attendus en fin de troisième.**

Codage

Item 42
Représentation correcte …….….. ……………………..……………………………………………… code 1
Autres réponses ………………………………………………………………………………………… code 9
Absence de réponse …………………………………………………………………………………… code 0

Item 43
$f(60) \approx 40{,}7$ ou toute valeur proche…….….. ……………………..…………………………………… code 1
Autres réponses ………………………………………………………………………………………… code 9
Absence de réponse …………………………………………………………………………………… code 0

Item 44
$x \approx 150$ ou toute valeur raisonnablement proche…….….. …………..…………………………………… code 1
Autres réponses ………………………………………………………………………………………… code 9
Absence de réponse …………………………………………………………………………………… code 0

Item 45
$f(x) = \frac{3}{7}x + 15$ ……………………………..…. ……………………..…………………………………… code 1
$\frac{3}{7}$ ou 15 trouvé mais seul ……………………………………………………………………… code 4
Autres réponses ………………………………………………………………………………………… code 9
Absence de réponse …………………………………………………………………………………… code 0

Item 46
$\frac{455}{3} \approx 151{,}6$ ……………………..……….….. ……………………..…………………………………… code 1
Autres réponses ………………………………………………………………………………………… code 9
Absence de réponse …………………………………………………………………………………… code 0
Le code 1 est attribué si le résultat est en cohérence avec la fonction déterminée à l'item précédent et que le raisonnement est correct.

Commentaire
Si les capacités mises en évidence dans cet exercice n'appartiennent pas au socle commun de connaissances et compétences, elles sont sérieusement travaillées au collège par les enseignants. Les progressions choisies dans les classes de troisième au sujet des fonctions permettent souvent trois temps d'appropriation : le premier concerne la notion de fonction (souvent au premier trimestre) qui permet de dégager les trois aspects essentiels (tableau de valeurs, représentation graphique, définition par une formule) à partir de l'expérience des élèves (la locution « en fonction de » est employée en mathématiques depuis la classe de cinquième et l'est dans d'autres disciplines) ; le second temps concerne les fonctions linéaires (occasion de faire un point sur la proportionnalité), le troisième temps concerne les fonctions affines.

Exercice 9

CHAMP DU PROGRAMME : **Probabilités.**

CONNAISSANCES :
- **Comprendre et utiliser des notions élémentaires de probabilités.**
- **Calculer des probabilités dans un contexte familier.**

CAPACITES :
- **Choisir et exécuter une méthode de résolution.**
- **Raisonner, argumenter.**
- **Présenter la démarche suivie, communiquer.**

COMMENTAIRES liés au socle commun de connaissances et de compétences :

→ **Cet exercice relève du socle commun de connaissances et de compétences attendus en fin de troisième pour ce qui concerne les expériences à une épreuve ; il n'en relève pas pour les expériences à deux épreuves..**

Codage

Item 47
Vraie …………………. ……...….. ……………………..……………………………….………………… code 1
Autres réponses ………………………………………………………………………………………… code 9
Absence de réponse ……………………………………………………………………………………. code 0

Item 48
Fausse ………………….. …...…... ……………………..……………………………………….………… code 1
Autres réponses ………………………………………………………………………………………… code 9
Absence de réponse ……………………………………………………………………………………. code 0

Item 49
Fausse ……………………..……..….. ……………………..………………………………………………… code 1
Autres réponses ………………………………………………………………………………………… code 9
Absence de réponse ……………………………………………………………………………………. code 0

Item 50
Le jeu 1 est plus favorable au joueur que le jeu 2 ……..….. ……………………..……………………… code 1
Autres réponses ………………………………………………………………………………………… code 9
Absence de réponse ……………………………………………………………………………………. code 0

Item 51
Argumentation correcte pour le jeu 1 et le jeu 2 avec arbre ……..…………………………………… code 1
Argumentation présentant un défaut……………………………………………………………………. code 7
Autres réponses ………………………………………………………………………………………… code 9
Absence de réponse ……………………………………………………………………………………. code 0

Commentaire
La notion de probabilités est abordée en troisième à partir d'expérimentations qui permettent l'observation de fréquences d'apparition dans des situations du type jeux de dés ou roues de loteries aussi bien sur les expériences à une épreuve qu'à deux épreuves. Ainsi, dans le cas de celles-ci, le produit des probabilités inscrites sur les

branches de l'arbre de probabilités est introduit. L'exercice vise à voir si, dans l'item 50, l'élève mobilise seul cette notion.

Grille de correction

Nom : **Prénom :** **Classe :**

Item	Réponse	Codes				
1	7/3	1	6	9	0	
2	12/15	1	9	0		
3	13/15	1	6	9	0	
4	2/9	1	9	0		
5	12	1	9	0		
6	32	1	9	0		
7	$\sqrt{11}$	1	9	0		
8	C	1	6	9	0	
9	C	1	6	9	0	
10	C	1	6	9	0	
11	B et D	1	9	0		
12	A	1	9	0		
13	25,12%	1	8	9	0	
14	Léa non Arnaud conduit	1	9	0		
15	2 h	1	7	9	0	
16	4 verres	1	7	9	0	
17	Dem	1	9	0		
18	250 et 450	1	9	0		
19	169	1	4	9	0	
20	Oui	1	9	0		
21	Dem	1	2	9	0	
22	15	1	9	0		
23	Dem	1	9	0		
24	Graphi-que	1	4	9	0	
25		1	9	0		

Dem : argumentation.

Item	Réponse	Codes				
26	40	1	9	0		
27	56	1	9	0		
28	Méthode	1	2	3	9	0
29	4	1	9	0		
30	-9	1	9	0		
31	36	1	9	0		
32	0	1	9	0		
33	2	1	9	0		
34	X+5	1	9	0		
35	5(x-3)	1	9	0		
36	x(3x+5)	1	9	0		
37	-1	1	9	0		
38	8	1	9	0		
39	8	1	6	9	0	
40	Egaux	1	9	0		
41	Dem	1	4	9	0	
42	représen tation	1	9	0		
43	40,7	1	9	0		
44	150	1	9	0		
45	$\frac{3}{7}x+15$	1	4	9	0	
46	151,6	1	9	0		
47	Vraie	1	9	0		
48	Fausse	1	9	0		
49	Fausse	1	9	0		
50	Jeu 1	1	9	0		

51	Dem	1	4	9	0	

<u>Grille d'analyse par champs et compétences</u>

Commentaire

Le tableau ci-dessous reprend tous les items de l'évaluation en les rangeant dans une case. On peut toujours discuter, et les participants au groupe de conception l'ont fait, de l'opportunité de positionner tel ou tel item dans telle case ; ceci peut amener à des débats sans fin. Il a bien fallu trancher pour pouvoir programmer l'application LASARE de sorte qu'il y ait une cohérence dans l'analyse proposée ensuite. De la même façon, pour les questions demandant une réponse et une argumentation avec deux items (l'un pour la réponse, l'autre pour la justification), l'item d'argumentation figure en C3 et la réponse figure en C4 (même si celle-ci est des plus brèves).

D'autre part, de manière à affiner l'analyse des capacités des élèves, nous avons distingué, contrairement aux programmes en vigueur, le calcul numérique du calcul algébrique ainsi que fonctions et gestion de données. Si cette distinction s'avérait inutile pour l'analyse, il sera simple de regrouper ces éléments d'information ; le contraire eut été plus impossible à réaliser.

Tableau des champs et compétences visés par l'évaluation 2012.

Compétences / **Domaines**	**C1** Rechercher, extraire et organiser l'information utile	**C2** Réaliser, manipuler, mesurer, calculer, appliquer des consignes	**C3** Raisonner, argumenter, pratiquer une démarche expérimentale ou technologique, démontrer	**C4** Présenter la démarche suivie, les résultats obtenus, communiquer à l'aide d'un langage adapté
D1 Statistiques /probabilités	48-49	47	51	50
D2 Calcul numérique	37-38-39	1-2-3-4-5-6-8-9-10 11-12		
D3 Calcul algébrique	40	34-35-36 29	30 à 33 41	
D4 Fonctions	24 42	26 43-44	25-28 45-46	27
D5 Gestion de données	14	13-16	15-17	
D6 Géométrie	18	7	19-21-23	20-22

Une remarque pour l'analyse des résultats.

Nous n'avons pas voulu multiplier les sous rubriques pourtant il nous semble intéressant , particulièrement pour les élèves en difficulté, d'examiner, au sujet des fonctions, la corrélation des résultats entre les items 24 et 42, les items 26 et 43-44, les items 25-28 et 45-46. Cet examen permet, dans les cas individuels, de distinguer si l'élève peut réaliser ce qui lui est demandé dans un cadre concret mais ne sait pas le faire dans un cadre abstrait.

APRES LA CORRECTION DE L'EPREUVE

L'utilisation de LASARE.

LASARE (Logiciel d'Aide à la Saisie et à l'Analyse des Résultats des Evaluations) est une application web construite par l'académie d'Aix-Marseille offrant les potentialités de J'ade et de ses prédécesseurs. Les droits d'accès à LASARE vous seront donnés pour cette évaluation par votre chef d'établissement qui mettra également à votre disposition un mode d'emploi. Vous aurez à renseigner pour chacun de vos élèves, pour chacun des items de l'évaluation les codes de correction que vous aurez alloués. Une fois la saisie achevée, vous validerez les résultats de la classe. Une fois toutes les saisies dans l'établissement faites, votre chef d'établissement valide l'ensemble des saisies et vous aurez accès, immédiatement après, à la partie d'analyse des résultats.

L'analyse des résultats permet selon des critères que vous choisirez (mais programmés) de créer des groupes fonction des compétences des élèves, fonction des champs que vous souhaitez travailler. L'ensemble des possibilités est décrit dans le mode d'emploi. La programmation l'évaluation sur LASARE tient compte du tableau de champs et compétences de la page précédente.

Il est à noter que vous pouvez utiliser LASARE en dehors de cette évaluation. En cas de devoir commun, vous pouvez paramétrer cette application indépendamment des corps d'inspection de manière à pouvoir analyser les résultats si bon vous semble ; ceci n'a bien sûr d'intérêt que si des actions pédagogiques ultérieures doivent ou peuvent être mises en place, actions qui seraient fonction des résultats à ce devoir commun.

PROPOSITIONS DE REMEDIATION

Le calcul mental.

Le calcul mental contribue à l'acquisition des automatismes numériques mais les automatismes peuvent être étendus à d'autres domaines que le calcul. Remis à l'honneur dans les classes du collège, le calcul mental est aussi une référence du programme de seconde : dans l'un de ses bandeaux, on peut lire « Le calcul est un outil essentiel pour la pratique des mathématiques dans la résolution de problème. Il est important en classe de seconde de poursuivre l'entraînement des élèves dans ce domaine par la pratique régulière du calcul mental, du calcul numérique et du calcul littéral. L'utilisation d'outils logiciels de calcul – sur calculatrice ou sur ordinateur – contribue à cet entraînement ».

Il s'agit donc de poser des questions rapides qui permettent de développer et d'entretenir les automatismes qui sont indispensables pour progresser efficacement en mathématiques. Il y a un large éventail d'activités possibles qui se caractérisent par :

- l'attente d'une seule réponse, sans justification écrite ;
- la limitation des temps de présentation des questions et de formulation des réponses.

Les questions peuvent tester les compétences :

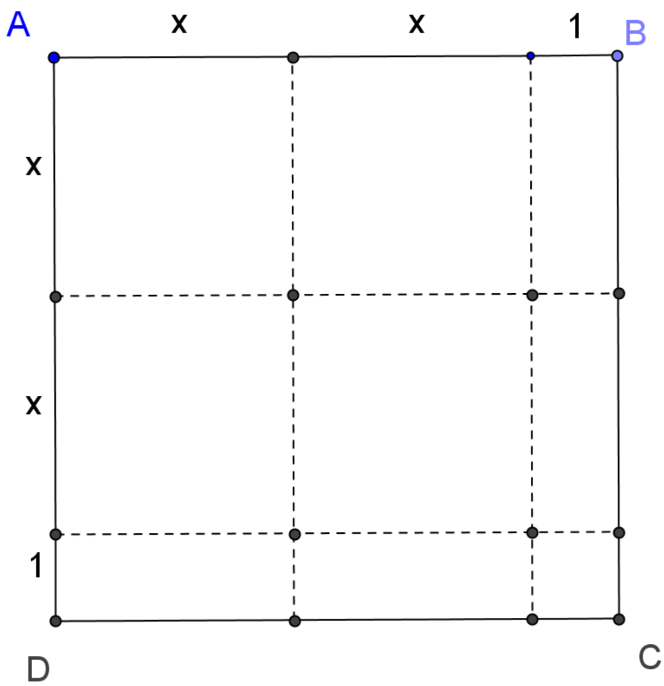
- en calcul numérique ou littéral,
- sur les ordres de grandeurs,
- sur l'utilisation de la calculatrice,
- sur la connaissance des théorèmes et formules, leur domaine d'application,
- sur la reconnaissance de configurations types...

Elles peuvent prendre différentes formes :

- un calcul,
- un travail algébrique (développer, factoriser, résoudre, tester une solution...),
- une lecture de graphique (déterminer une image, un antécédent, déterminer l'expression d'une fonction...)
- la construction d'une expression,
- un vrai/faux,
- un QCM,
- un schéma à réaliser (avec codage par exemple)…

Ces activités peuvent être hebdomadaires mais gagneront à être plus fréquentes voire systématiques. En fonction de l'équipement, l'énoncé peut être vidéo-projeté, rétro-projeté, voire dicté. Elles peuvent être complétées à la maison sous forme de fiches d'auto-entraînement ou en donnant l'adresse d'un site où l'élève peut retrouver des questions similaires. Il faut bien sûr faire cohabiter ce type de travail avec les travaux écrits classiques. Ces activités permettent de voir ce que les élèves savent déjà ou pensent et, en ce sens, une correction faite en classe qui privilégie les techniques employées par les élèves leur permet de faire le point.

Elles peuvent être le moyen de redonner du sens à des techniques antérieures lors de séances de remédiation par exemple. On pourra ainsi demander le calcul, en fonction de x, de l'aire du carré ABCD dans le cas suivant en précisant ses attentes sur la forme attendue développée ou factorisée :



Pour créer ses questionnaires, on peut utiliser un logiciel de diaporama (PowerPoint, OpenOffice, GoogleDocs...) que l'on diffuse tel quel en classe ou à partir duquel on crée un fichier "pdf" facilement exportable. Pour les utilisateurs de LaTeX, l'extension Beamer permet de faire des diaporamas (voir la brochure de l'IREM de Lyon sur LaTeX (http://math.univ-lyon1.fr/irem/spip.php?article340).

On peut également utiliser des diaporamas en ligne à vidéo projeter avec des données aléatoires :

- Le Matou matheux (http://matoumatheux.ac-rennes.fr/accueilniveaux/accueilFrance.htm) avec des questionnaires du primaire à la seconde.
- Le site de Sébastien Cogez (http://cm.jeduque.net/).
- Prochainement LaboMEP.

On peut utiliser des diaporamas sans données aléatoires :

- Activités mentales – Automatismes au collège. Brochure APMEP n°191, IREM Clermont-Ferrand avec CD-ROM,
- Calcul mental et automatismes. Niveau Lycée. De la Seconde à la Terminale. Brochure APMEP n°180, IREM Clermont-Ferrand avec CD-ROM,
- Des exemples de fiches sur le site de l'académie d'Orléans (http://maths.ac-orleans-tours.fr/dossiers_academiques/activites_mentales/articles/fiches_dactivites_mentales_lycee/),
- Des exemples sur le site de l'académie de Nouvelle-Calédonie (http://www.ac-noumea.nc/maths/spip.php?article203),
- Des exemples du niveau de troisième sur le site académique de Montpellier à l'adresse http://webpeda.ac-montpellier.fr/mathematiques/spip.php?rubrique121.

Les probabilités.

Les objectifs visés dans cette partie sont :

- La consolidation des compétences fondamentales (à partir du socle commun) et des méthodes de travail transversales, la saisie ajustée et l'appropriation réelle des attentes scolaires spécifiques au travail lycéen.
- La prise en compte des appétences et compétences déjà affichées par l'élève, pour les épanouir et les approfondir.

Le programme de troisième

Des notions de probabilités sont abordées en classe de troisième à partir de situations familières permettant, entre autre, de rencontrer des probabilités qui ne soient pas uniquement définies à partir de considérations intuitives de symétries mais qui prennent appui sur l'observation d'épreuves répétées et la stabilisation des fréquences.

1.4. Notion de probabilité [Thèmes de convergence]	- Comprendre et utiliser des notions élémentaires de probabilité. - Calculer des probabilités dans des contextes familiers.	La notion de probabilité est abordée à partir d'expérimentations qui permettent d'observer les fréquences des issues dans des situations familières (pièces de monnaie, dés, roues de loteries, urnes, etc.). La notion de probabilité est utilisée pour modéliser des situations simples de la vie courante. Les situations étudiées concernent les expériences aléatoires à une ou *à deux épreuves*.

Concernant le socle commun, l'élève doit être capable de déterminer des probabilités dans des contextes familiers par :

- un calcul exact lorsque la situation le permet ;
- des fréquences observées expérimentalement dans le cas contraire.

Les exigences pour le socle commun de connaissances et compétences portent uniquement sur les expériences aléatoires à une épreuve, pour autant les expériences à deux épreuves sont investis par les enseignants et la notion d'arbre pondéré est mise au point à partir d'une approche fréquentiste.

Analyse des erreurs de l'évaluation diagnostique

L'analyse des résultats de l'évaluation diagnostique devrait permettre d'extraire plusieurs types d'erreurs :

- incompréhension de la notion d'aléatoire ;
- méconnaissance du langage probabiliste ;
- difficulté à calculer la probabilité d'un évènement dans une expérience à une épreuve ;
- difficulté à calculer la probabilité d'un évènement dans une expérience à deux épreuves ;
- difficulté à construire un arbre des possibles

On pourra alors distinguer trois groupes de besoin selon les compétences à travailler :

- Groupe 1 : les élèves vont travailler sur le sens de l'aléatoire pour ensuite déboucher sur des situations d'équiprobabilité avec des expériences à une puis deux épreuves.
- Groupe 2 et 3 : les élèves vont travailler sur des situations d'équiprobabilité avec des expériences à une puis deux épreuves avec un niveau d'approfondissement différent.

C'est sur cette analyse que s'appuient les propositions faites ci-après, analyse qu'il faut bien sûr approfondir selon les résultats obtenus dans votre établissement. Nous n'avons pas ici tenu compte de la variable « temporelle », c'est-à-dire du nombre d'heures dévolues à l'accompagnement personnalisé dans votre établissement, à ajuster donc à votre situation.

L'accompagnement personnalisé en seconde.

Partie 1

<u>Exercice 1</u>

Parmi les situations suivantes, lesquelles sont des expériences aléatoires ? Indiquer les issues possibles des expériences identifiées comme étant aléatoires.

- On lance un dé à 6 faces puis on note le nombre inscrit sur la face supérieure.
- On tire à l'arc sur une cible.
- Deux joueurs lance une pièce pour déterminer lequel commence une partie de dames.
- On attribue le nom à son chat.
- On place une balle sur un plateau en pente et on regarde son mouvement.
- On tire une boule au hasard dans un sac qui contient trois boules bleues et deux boules blanches.
- On laisse tomber son téléphone pour voir s'il se casse.
- On prend une roue avec des secteurs de couleurs différentes et on note le secteur indiqué par la flèche.
- On prend la voiture pour aller au lycée et on note le temps de parcours.
- On tire une carte dans un jeu de 32 cartes.
- On répond au hasard à un QCM.

<u>Exercice 2</u>

Fred lance un dé équilibré à 6 faces et obtient un 4. Que peut-on dire des affirmations suivantes ?

- Au prochain lancé, Fred a moins de chance d'obtenir un 4.
- Fred a une chance sur cinq d'obtenir un 5.

Fred lance le même dé vingt fois et obtient à chaque fois un 4. Que peut-on dire des affirmations suivantes ?

- Au prochain lancé, il est sûr d'obtenir un 4.
- Au prochain lancé, il a plus de chance d'obtenir un 4 qu'un autre chiffre.
- Le dé est truqué (non équilibré).

Fred lance à présent quatre fois une pièce de monnaie non truquée. A chaque fois le résultat a été FACE. Parmi les affirmations suivantes, lesquelles sont correctes ?

- On a plus de chance d'obtenir FACE.
- On a plus de chance d'obtenir PILE.
- On ne peut pas obtenir PILE.
- On a autant de chances d'obtenir PILE que FACE.

Exercice 3

Dans un tiroir, il y a 4 chaussettes noires et 4 chaussettes blanches.

1. Combien doit-on sortir de chaussettes (sans les voir) pour être certain d'obtenir une paire assortie ?

2. On choisit une chaussette puis une autre au hasard. Quelle est la probabilité d'avoir une paire de chaussettes de la même couleur ?

Exercice 4

Pour une loterie municipale hebdomadaire, on tire trois boules parmi six numérotées de 1 à 6. Pour gagner il faut avoir choisi les trois bons numéros.

Le journal municipal publie les numéros sortis les semaines précédentes ainsi que ceux qui ne sont pas sortis depuis plus d'un mois.

Parmi les affirmations suivantes, lesquelles sont correctes ?

- Les informations publiées par le journal sont utiles pour avoir plus de chance de gagner au prochain tirage ;
- Les numéros qui ne sont pas sortis depuis plus d'un mois ont plus de chance de sortir ;
- Les numéros sortis la semaine précédente ont plus de chance de sortir la semaine suivante.

Une remarque

Plus que les énoncés des exercices, c'est la gestion pédagogique qui en est faite qui importe en accompagnement personnalisé surtout pour les élèves qui n'ont pas encore su développer, pour une raison ou pour une autre, le sens de l'aléatoire. On peut penser que le débat dans le groupe, mené par l'enseignant, l'expérimentation et la simulation sont des moteurs pour faire évoluer la perception des élèves.

Partie 2

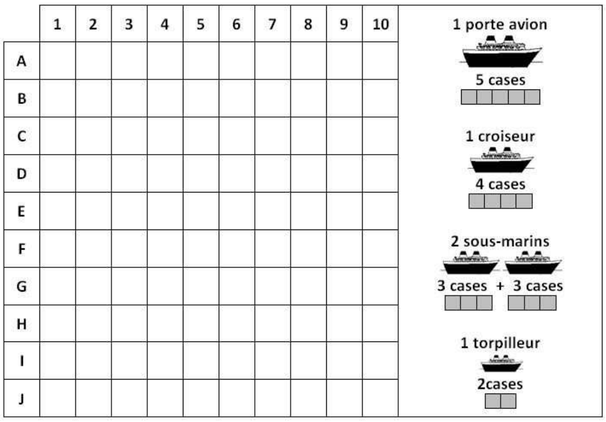
Exercice 1

On dispose d'une urne contenant trente boules numérotées de 1 à 30. On tire une boule au hasard et on regarde son numéro.

1. Quel est le nombre d'issues possibles ?

2. Quelle est la probabilité de tirer :
   - la boule n°13 ?
   - une boule avec un numéro pair ?
   - une boule dont le chiffre des unités est 2?
   - une boule dont le numéro est un multiple de 5 ?

Exercice 2
Le jeu de bataille navale se déroule sur une grille de 100 cases sur laquelle sont placés 5 navires.



Christophe a placé ses cinq navires sur la grille. Stéphanie commence la partie en annonçant une case.
1. Quelle est la probabilité que Stéphanie touche un navire ?
2. Quelle est la probabilité que Stéphanie touche le porte avion ?

Stéphanie a touché un navire dès le premier coup.
1. Quelle est la probabilité que ce navire soit le porte-avion ?
2. Quelle est la probabilité que ce navire soit un sous-marin ?

Exercice 3
Un sac contient 15 boules numérotées : 1 ;1 ;1 ;2 ;2 ;3 ;3 ;3 ;3 ;3 ;4 ;5 ;5 ;5 ;5.
On tire une boule au hasard dans ce sac et on note le numéro.
1. Quelles sont les issues possibles de cette expérience ?
2. Déterminer les probabilités d'obtenir chacun des numéros.
3. Construire l'arbre des probabilités lié à cette expérience.
4. Quelle est la probabilité d'obtenir un numéro pair ?

Théo commence le jeu et tire une boule numérotée 1. Il passe le sac à Léa qui tire à son tour une boule.
1. Construire l'arbre des probabilités pour l'expérience de Léa.
2. Quelle est la probabilité qu'elle tire une boule avec un numéro pair ?

Exercice 4
On lance un dé à huit faces numérotées de 1 à 8 et on lit le nombre situé sur sa face supérieure.
On considère les deux évènements suivants :

A : « Obtenir un nombre inférieur » à 3

B : « Obtenir un nombre supérieur ou égal à 5 »

1. Quel est l'évènement contraire à A ?
2. Calculer P(A) et P(B).
3. Les évènements A et B peuvent-ils se réaliser en même temps ?

Exercice 5

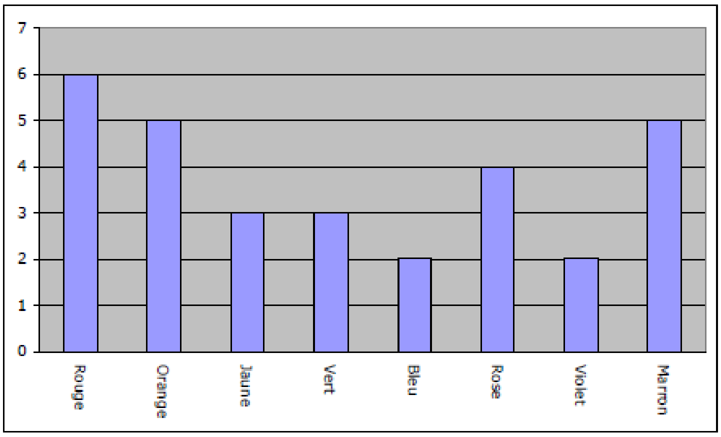
On dispose d'une urne opaque contenant 14 boules rouges et 20 boules blanches.
On tire une boule au hasard, on note sa couleur et on la remet dans l'urne.
- Quelles sont les issues possibles ?
- Quelle est la probabilité d'obtenir une boule rouge ?

On joue deux fois. A-t-on deux fois plus de chances d'obtenir une boule rouge (et une seule) pour ces deux tirages ?

Exercice 6

La mère de Kevin lui permet de prendre un bonbon dans un sachet opaque. Kevin ne voit donc pas les bonbons. Le nombre de bonbons de chaque couleur contenus dans le sachet est illustré par le graphique ci-contre.

Quelle est la probabilité que Kevin prenne un bonbon rouge ?



Exercice 7

On propose un nouveau jeu de grattage appelé « une chance sur deux ». Pour jouer on achète un ticket à gratter d'une valeur unitaire de 2 €.

Sur le site web dédié au jeu, l'indication suivante est donnée :
Pour 750 000 tickets édités, l répartition des lots est fixée par le tableau ci-contre.

Nombre de lots	Gains
2	15 000 euros
15	1 000 euros
400	150 euros
8 150	20 euros
5 400	12 euros
20 860	6 euros
83 000	4 euros
100 000	2 euros

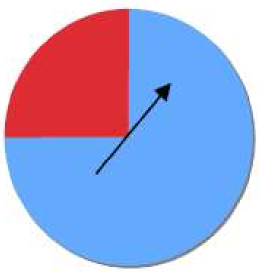
Que penser du titre du jeu ?

Partie 3

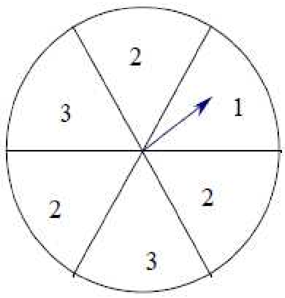
Exercice 1

On dispose des deux roues ci-dessous :

Roue 1



Roue 2



1- On fait tourner la première roue. Construire l'arbre des probabilités de cette expérience.
2- On fait tourner la deuxième roue. Construire l'arbre des probabilités de cette expérience.
3- On décide alors de les utiliser pour une nouvelle expérience : lancer la première puis la deuxième roue.
   a. Quelles sont les issues possibles de cette expérience ?
   b. Quelle est la probabilité de tomber sur du bleu ?
   c. Construire l'arbre des probabilités de cette expérience à double épreuve.

Exercice 2 : On lance une pièce de 1€ puis une pièce de 2€. Ces pièces sont équilibrées.

1- Représenter cette expérience à l'aide d'un arbre des probabilités.
2- Quelle est la probabilité d'obtenir Pile puis Face ?

Exercice 3 :

Sonia a deux jupes (une rouge et une bleue) et quatre chemisiers (deux verts, un orange et un bleu). Elle prend au hasard une jupe et un chemisier.

Déterminer les probabilités des évènements suivants :

A : « Sonia est habillée tout en bleu »,
B : « Sonia ne porte pas de bleu »,
C : « Sonia porte un chemisier vert ».

Exercice 4 : Le paradoxe du duc de Toscane

Le jeu consiste à lancer trois dés et de calculer la somme de leurs faces supérieures. Le Duc de Toscane (XVIème siècle) observa que la somme des dés valant dix avait tendance à sortir plus souvent que la somme des dés valant 9. Cette observation contredisait alors son intuition selon laquelle il y a autant de façons d'obtenir 9 que d'obtenir 10. Qu'en est-il ?

Exercice 5 :

On dispose d'un jeu de 32 cartes et d'une urne contenant 3 billes bleues, 4 billes rouges et 7 billes noires.
On considère les jeux suivants :
Jeu 1 : Tirer une carte. Si cette carte est un cœur, on tire une bille. Si cette bille est noire, c'est gagné.
Jeu 2 : Tirer une carte. Si cette carte est un as, on tire une bille. Si cette bille n'est pas bleue, c'est gagné.
Déterminer, en justifiant, avec lequel des deux jeux, il y a plus de chances de gagner.

Exercice 6 :

Dans une famille, on a inventé une façon pour désigner lequel des trois enfants doit débarrasser la table en lançant deux pièces.
Si on tombe sur deux faces, ce sera Tristan ;
Si on tombe sur deux piles, ce sera Léa ;
Sinon, ce sera Lisa.
Qu'en pensez-vous ?

Sources :
Document ressource « Proba-stats » pour la classe de seconde de juin 2009.
Document ressource « Probabilités au collège » pour la classe de troisième de mars 2008.

Les fonctions.

Le programme de troisième

« L'un des objectifs est de faire émerger progressivement, sur des exemples, la notion de fonction en tant que processus faisant correspondre, à un nombre, un autre nombre. Les exemples mettant en jeu des fonctions sont issus de situations concrètes ou de thèmes interdisciplinaires. Les fonctions linéaires et affines apparaissent alors comme des exemples particuliers de tels processus. L'utilisation des expressions « est fonction de » ou « varie en fonction de », amorcée dans les classes précédentes, est poursuivie et est associée à l'introduction de la notation *f*(*x*). L'usage du tableur grapheur contribue aussi à la mise en place du concept, dans ses aspects numériques comme dans ses aspects graphiques. La notion d'équation de droite n'est pas au programme de la classe de troisième. »

Connaissances	**Capacités**	**Commentaires**
1.1. Notion de fonction *Image, antécédent, notations* $f(x)$, $x \mapsto f(x)$. [Thèmes de convergence]	*- Déterminer l'image d'un nombre par une fonction déterminée par une courbe, un tableau de données ou une formule.* *- Déterminer un antécédent par lecture directe dans un tableau ou sur une représentation graphique.*	*Toute définition générale de la notion de fonction et la notion d'ensemble de définition sont hors programme.* *La détermination d'un antécédent à partir de l'expression algébrique d'une fonction n'est exigible que dans le cas des fonctions linéaires ou affines.*
1.2 Fonction linéaire, fonction affine. Proportionnalité. Fonction linéaire. *Coefficient directeur de la droite représentant une fonction linéaire.* *Fonction affine.* *Coefficient directeur et ordonnée à l'origine d'une droite représentant une fonction affine.*	*- Déterminer par le calcul l'image d'un nombre donné et l'antécédent d'un nombre donné.* *- Déterminer l'expression algébrique d'une fonction linéaire à partir de la donnée d'un nombre non nul et de son image.* *- Représenter graphiquement une fonction linéaire.* *- Connaître et utiliser la relation $y=ax$ entre les coordonnées (x,y) d'un point M qui est caractéristique de son appartenance à la droite représentative de la fonction linéaire $x \mapsto ax$.* *- Lire et interpréter graphiquement le coefficient d'une fonction linéaire représentée par une droite* *- Déterminer par le calcul l'image d'un nombre donné et l'antécédent d'un nombre donné.* *- Connaître et utiliser la relation $y=ax+b$ entre les coordonnées (x,y) d'un point M qui est caractéristique de son appartenance à la droite représentative de la fonction linéaire $x \mapsto ax+b$.* *- Déterminer une fonction affine à partir de la donnée de deux nombres et de leurs images.* *- Représenter graphiquement une fonction affine.* *- Lire et interpréter graphiquement les coefficients d'une fonction affine représentée par une droite.* *- Déterminer la fonction affine associée à une droite donnée dans un repère.*	En classe de troisième, il s'agit de compléter l'étude de la proportionnalité par une synthèse d'un apprentissage commencé à l'école primaire. L'utilisation de tableaux de proportionnalité permet de mettre en place le fait que le processus de correspondance est décrit par une formulation du type « je multiplie par *a* ». *Cette formulation est reliée à $x \mapsto ax$.* Pour des pourcentages d'augmentation ou de diminution, le fait que, par exemple, augmenter de 5 % c'est multiplier par 1,05 et diminuer de 5 % c'est multiplier par 0,95 est établi. *Certains traitements des situations de proportionnalité utilisés dans les classes précédentes sont reliés aux propriétés d'additivité et d'homogénéité de la fonction linéaire.* *Parmi les situations qui ne relèvent pas de la proportionnalité, certaines sont cependant modélisables par une fonction dont la représentation graphique est une droite. Cette remarque peut constituer un point de départ à l'étude des fonctions affines. Pour les fonctions affines, la proportionnalité des accroissements de x et y est mise en évidence.*

Introduction :
Former les élèves à des compétences demande à l'évaluation de montrer la cible à atteindre (poser des problèmes où les concepts mathématiques et leur mobilisation en permettent une résolution) mais aussi, de mettre en lumière les postures et aptitudes nécessaires à leur développement. Son exploitation doit orienter les efforts des élèves dans les différentes phases pour optimiser l'efficacité de leur action.

Un diagnostic des difficultés dès l'entrée au lycée doit faire le point sur les aptitudes de l'élève dans la résolution d'un problème ancré dans une pseudo-réalité.

De nombreux élèves **peinent dans l'analyse d'un énoncé** et une majorité **manque d'autonomie dans la phase de lecture analytique**. Les différentes situations où l'élève peut développer cette compétence durant le cours sont souvent évitées ou « escamotées » pour précipiter l'élève dans la réalisation. L'AP est donc un rendez-vous idéal pour permettre à l'élève d'identifier et de développer cette compétence. De nombreuses situations peuvent être proposées dont le seul objectif est de développer leur aptitude à comprendre.

- Est-il capable de lire et comprendre l'énoncé ou la question posée ?
- Est-il capable de se représenter une situation ?
- Est-il capable de s'approprier un problème ?

Dans une deuxième phase, une fois que l'élève s'est approprié le problème, il doit **confronter ses connaissances à la situation, faire preuve d'initiative et s'aventurer pour proposer une réponse**. Trop d'élèves n'ont pas développé cette posture et sont dans l'attente du chemin proposé par l'enseignant. Le travail en AP peut exploiter une situation pour créer différents problèmes qui mettent en œuvre des connaissances variées. Un travail intéressant qui peut être proposé en AP est la composition de plusieurs problèmes à partir d'une même situation.

- Et-il capable d'exploiter ses connaissances pour proposer une démarche de résolution ?
- Est-il capable d'entrer dans une phase d'investigation ?
- Est-il capable de poser un problème ?

Dans une troisième phase, l'élève doit **s'exprimer, montrer ses connaissances, son aptitude à prouver ce qu'il affirme ou à critiquer un résultat et à rendre compte**.

- Est-il capable d'exprimer ses connaissances avec rigueur ?
- Est-il capable d'argumenter en mathématiques ?
- Est-il capable d'exprimer clairement sa démarche ?
- Répond-il aux questions posées ?

Un des domaines où l'élève de Seconde montre de grandes difficultés qui vont pesées tout au long de ses trois années de lycée est l'algèbre.
L'utilisation de la lettre en mathématiques crée de nombreux obstacles d'apprentissage. Quand la lettre prend la place d'un nombre, elle possède selon la situation, différents statuts qui sont peu explicités dans l'enseignement. Beaucoup d'élèves sont démobilisés dès qu'elle apparaît, lui donnant par réflexe le statut d'inconnue et se plaçant ainsi dans la situation où ils doivent trouver sa valeur avec l'unicité en prime.
Les statuts de variable et de paramètre sont les moins installés et l'élève peine à concevoir que la lettre peut représenter une multitude de nombres.
Un travail important sous différentes formes peut-être mené en remédiation à ces difficultés dans le cadre de l'AP :

Un premier aspect du travail algébrique est la traduction.
Comprendre un programme de calcul qui est décrit par une expression et substituer la lettre par le nombre.
Le chemin inverse, **la modélisation**, est moins proposé mais donne à l'algèbre un sens outil pour résoudre des problèmes.

- Elaborer un programme pour effectuer une série de calculs rend pertinent l'utilisation de la lettre et sa formulation en permet une mémorisation facile.
- Démontrer une propriété numérique nécessite de remplacer le nombre par une lettre.

Un deuxième aspect est le traitement.
C'est à dire, transformer une expression en développant ou en factorisant. C'est lors de ce travail que l'élève doit faire confiance aux règles de transformation et quitter le numérique. Ce passage à l'abstraction n'est pas évident et pour passer ce cap sans « bricoler » ou pratiquer la « magie », l'élève doit avoir compris que ces règles s'appuient sur des opérations qu'il peut à tout moment faire apparaître. De nombreux « théorèmes en acte » ou de « recettes » apparaissent dès lors où l'élève est placé dans une démarche de mécanisation où il répète le même geste.
Le travail de remédiation en AP dans ce domaine doit rechercher le lien entre le numérique et l'algèbre pour maintenir l'élève dans la réflexion.
Il n'est pas nécessaire de faire des gammes pour redonner confiance à un élève, noter ses pas vers la compréhension a plus d'impact sur son désir d'action.

Analyse de l'exercice 5 sur la bouilloire.

L'exercice de la bouilloire entre dans la « **résolution de problème** ».
Qu'il soit réel ou pseudo réel, le problème est donné à partir d'une situation concrète qui est décrite en langage naturelle et parfois illustrée ou accompagnée de tableaux et graphiques. Sa résolution est une tâche complexe qui nécessite de mettre en œuvre une démarche progressive dont les différentes étapes doivent être bien identifiées.

A partir de la lecture de l'énoncé, l'élève doit mettre en relation les données et un outil mathématique (C1). Il doit s'être représenté la situation pour identifier le problème mathématique sous-jacent, choisir un objet mathématique qu'il doit mettre en œuvre (C2) en tant qu'outil. Analyser et critiquer les solutions obtenues pour les valider puis rendre compte en présentant sa résolution. (C4).

Les difficultés les plus fréquentes des élèves que l'on peut essayer de travailler dans le cadre de l'accompagnement personnalisé sont les suivantes :

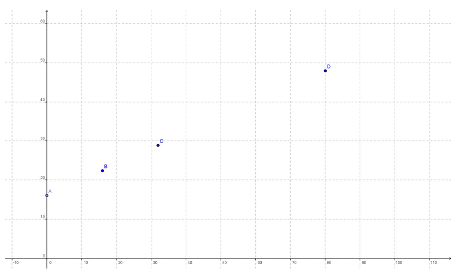
- Compréhension imparfaite de la situation décrite dans l'énoncé. (L'élève ne maîtrise pas le langage naturel ou ne peut extraire les données de l'énoncé.)
- Pas de mise en relation avec des connaissances mathématiques. (La représentation de la situation par l'élève ne permet pas d'identifier le problème de mathématique.) De nombreuses études didactiques se sont évertuées à éclairer les effets de l'habillage du problème mathématique sur sa résolution et ont montré la grande diversité des variables pouvant influencer les performances des élèves dans cette étape.
- Mise en œuvre incorrecte de l'outil choisi.
- Communication insatisfaisante de la résolution.

Que demande-t-on à l'élève dans l'exercice de la bouilloire ?

1. Une lecture analytique de l'énoncé :
   C'est-à-dire de
   - lire l'énoncé et comprendre la situation. On s'intéresse ici à l'élévation de la température en fonction du temps. La notion de fonction est implicite.
   - Lire le tableau de valeurs. La notion de fonction est explicite.
   - Lire les questions et comprendre le problème posé en le représentant par exemple :

Temps en seconde	Température en °C
60	?
?	100

2. La construction du graphique :
   L'élève doit passer du tableau de valeurs à la représentation graphique et comprendre que les valeurs discrètes du tableau donnent un nuage de points.



3. <u>La résolution du problème :</u>

Ce que l'élève doit comprendre : la continuité de la fonction est donnée par le contexte. Seuls les moments de mesure sont discrets. La température de l'eau ne cesse d'augmenter. L'ajustement du nuage et la lecture graphique pour compléter la première ligne du tableau sont suggérés par la formulation du problème. La démarche de calcul imposée par la question 2 suggère un travail sur les accroissements. La recherche de l'expression algébrique *f(t)* de la fonction et la résolution de l'équation *: f(t)=100* n'est pas explicitement demandé malgré le contrat implicite.

Pistes de remédiation :

<table>
<tr><th colspan="3">Travail de remédiation sur le thème des fonctions pour modéliser une situation :</th></tr>
<tr>
<td>Le problème est énoncé en langage naturel avec une éventuelle documentation, il évoque une situation concrète et pose une question à l'élève.</td>
<td>Travail de l'élève :

1) Lecture analytique d'un énoncé : L'élève lit l'énoncé, extrait les données, les réorganise à l'aide d'un schéma pour s'approprier la situation et le problème.

Contrôle du professeur :
- répondre à des questions.
- reformuler le problème dans son langage de représentation.

2) Choix d'un outil et d'une démarche pour résoudre le problème :

Contrôle du professeur :
- proposer une démarche de résolution en écrivant ses différentes étapes.

3) Mise en œuvre de l'outil, critique des résultats et présentation de la résolution.

Contrôle du professeur:
- élaborer un document présentant la démarche de résolution et l'interprétation des résultats obtenus.

Les étapes 1, 2 et 3 peuvent être travaillées de manière disjointe.</td>
<td>Progression sur l'année :

De la fonction affine aux différentes fonctions étudiées dans le programme de Seconde en diversifiant le choix de la représentation</td>
</tr>
</table>

Quelques exemples pour donner des idées.

<u>Exemple 1 :</u>

Marc est un artisan du bois. Il vient de créer son entreprise. Il fabrique des objets le matin et son amie Natacha les vend tous l'après-midi. Le soir, il fait son compte en calculant la différence de la recette de la vente et la dépense de fabrication. A la fin de sa première semaine de travail, il a obtenu les résultats inscrits dans le tableau ci-dessous mais il n'a pas eu le temps de tout calculer.

Jour	Lundi	Mardi	Mercredi	Jeudi	Vendredi
Nombre d'objets :	11	13	8	7	10
Compte en € :	19	51			

Pour éviter que Marc travaille trop tard le soir, son amie Natacha, aimerait trouver la relation qui lie le compte et le nombre d'objets afin de pouvoir compléter le tableau toute seule. Comment peut-elle faire ?

Le professeur laisse les élèves prendre connaissance de la situation, s'investir puis peut proposer le questionnaire suivant pour évaluer l'étape 1

Répondre aux questions suivantes en justifiant à l'aide des données de l'énoncé :

1. Que signifie le nombre 19 dans le tableau ?
2. Combien d'objets Marc a-t-il fabriqué le mardi ?
3. Quelle opération effectue Marc pour obtenir la dernière ligne du tableau ?
4. Est-il possible qu'un jour Marc perde de l'argent ?
5. Quel problème de Mathématiques s'est posé Natacha ?
6. Sans effectuer de calculs, propose une méthode que pourrait utiliser Natacha et précise les suppositions qu'elle doit faire pour cela.
7. Quels calculs peut-on effectuer pour compléter le tableau ?

Prolongement possible de la situation pour avancer vers les connaissances sur les fonctions de la classe de Seconde.

La fin de la semaine, Marc termine en partie ses calculs et note les résultats dans le tableau suivant :

Jour	Lundi	Mardi	Mercredi	Jeudi	Vendredi
Nombre d'objets :	11	13	8	7	10
Compte en €:	19	51	-44	-69	

Quel est le compte de vendredi ?

Répondre aux questions suivantes :

1) Que signifie le nombre -44 dans le tableau ?

2) Natacha pense qu'en multipliant le nombre d'objets par seize puis en retranchant 157 au résultat, on obtient le compte en euros. Est-ce vrai ?

3) Marc soumet le problème à un ami ingénieur en lui présentant les résultats de la semaine.
Ce dernier lui dit : « Il semble que le programme qui te donne ton compte pour la semaine soit définie par : $C(x) = (40-x)x – 300$. »

a. L'ingénieur a-t-il trouvé la bonne formule ?

b. Natacha ne comprend pas cette formule, traduire le programme de calcul qu'elle propose et donner le comptes pour vendredi.

On trouve de nombreux exemples de problèmes dans les manuels scolaires. Il est important de faire travailler les différentes étapes de la résolution pour permettre à l'élève de fournir l'effort dans la situation d'apprentissage où il est défaillant.

Exemple 2 :

Une société d'autoroute propose aux usagers un abonnement (achat d'une carte) pour obtenir une réduction du prix du kilomètre.
A partir de combien de kilomètres, l'abonnement devient rentable ?

Document : Quelques éléments du tableau des tarifs.

Nombre de km	Prix non abonné	Prix abonné	Economie
0	0	56	-56
1	0,07	56,05	-55,98
2	0,14	56,1	-55,96
3	0,21	56,15	-55,94
1500	105	131	-26
2000	140	156	-16
3000	210	206	4
3500	245	231	14
9995	699,65	555,75	143,9

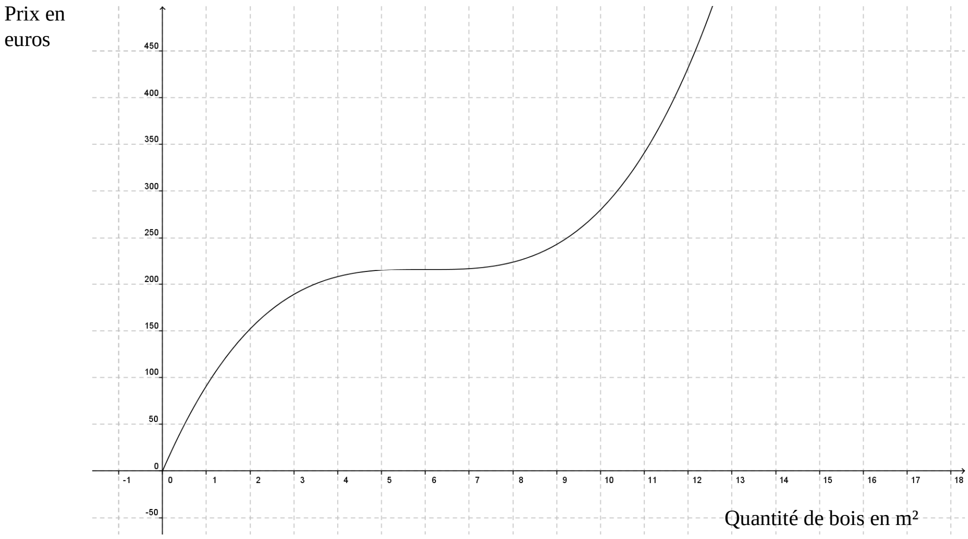
Exemple 3 :

Monsieur Hulot veut réaliser une terrasse en bois près de sa piscine. Il veut acheter du bois. Il se rend à la scierie la plus proche où le bois est débité et poncé à la demande. Le prix en euros de la quantité de bois achetée est donné par l'expression suivante :

$$P(x) = x^3 - 18x^2 + 108x$$

où x est la quantité, en m², de bois achetée.
Dans la grande surface de bricolage près de chez lui, le prix du bois est de 52 € le m².
Il veut dépenser le moins d'argent possible. Quel fournisseur doit-il choisir ?

Document : Prix du bois à la scierie (voir page suivante).



Exemple 4 :

Monsieur Martin vend des voitures. Monsieur Durand est aussi un vendeur de voitures dans un garage concurrent. Leurs salaires se composent d'un montant fixe et d'une prime qui dépend du nombre de voitures vendues dans le mois. Leurs salaires mensuels sont donnés par les expressions suivantes :

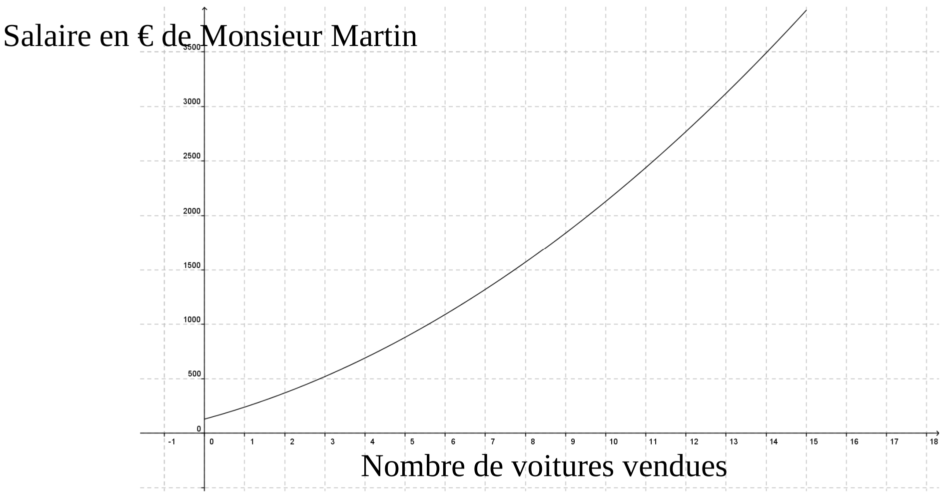
$$M(x) = 10x^2 + 100X + 1300 \qquad D(x) = 10x^2 + 150x + 1000$$

Où x est le nombre de voitures vendues dans le mois, $M(x)$ est le salaire en euros du mois de monsieur Martin et $D(x)$ celui de monsieur Durand

Monsieur Martin et monsieur Durand sont des amis, ils se rencontrent souvent pour manger à midi. Lors d'un déjeuner monsieur Martin dit : « Tu devrais venir travailler dans mon garage car la paie est plus importante ! ».

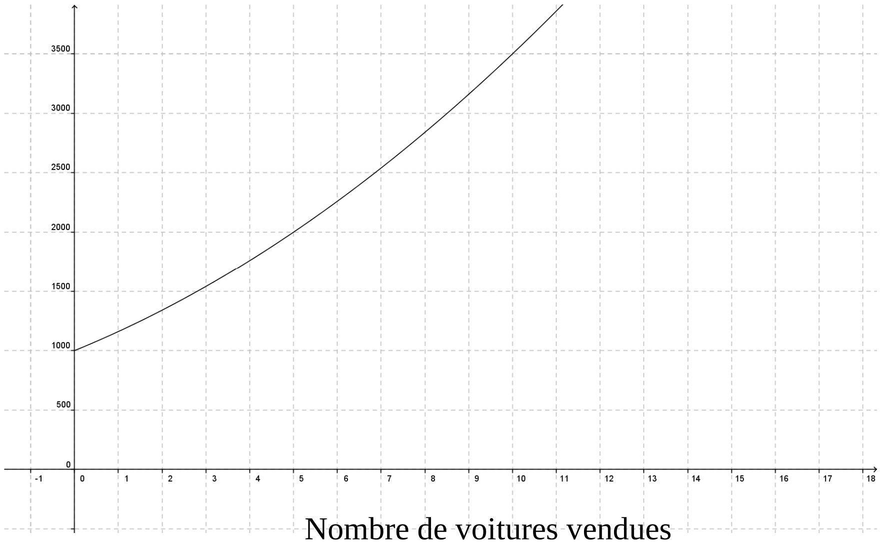
L'affirmation de monsieur Martin est-elle vraie?

Document 1:



Document 2:

Salaire en € de Monsieur Durand



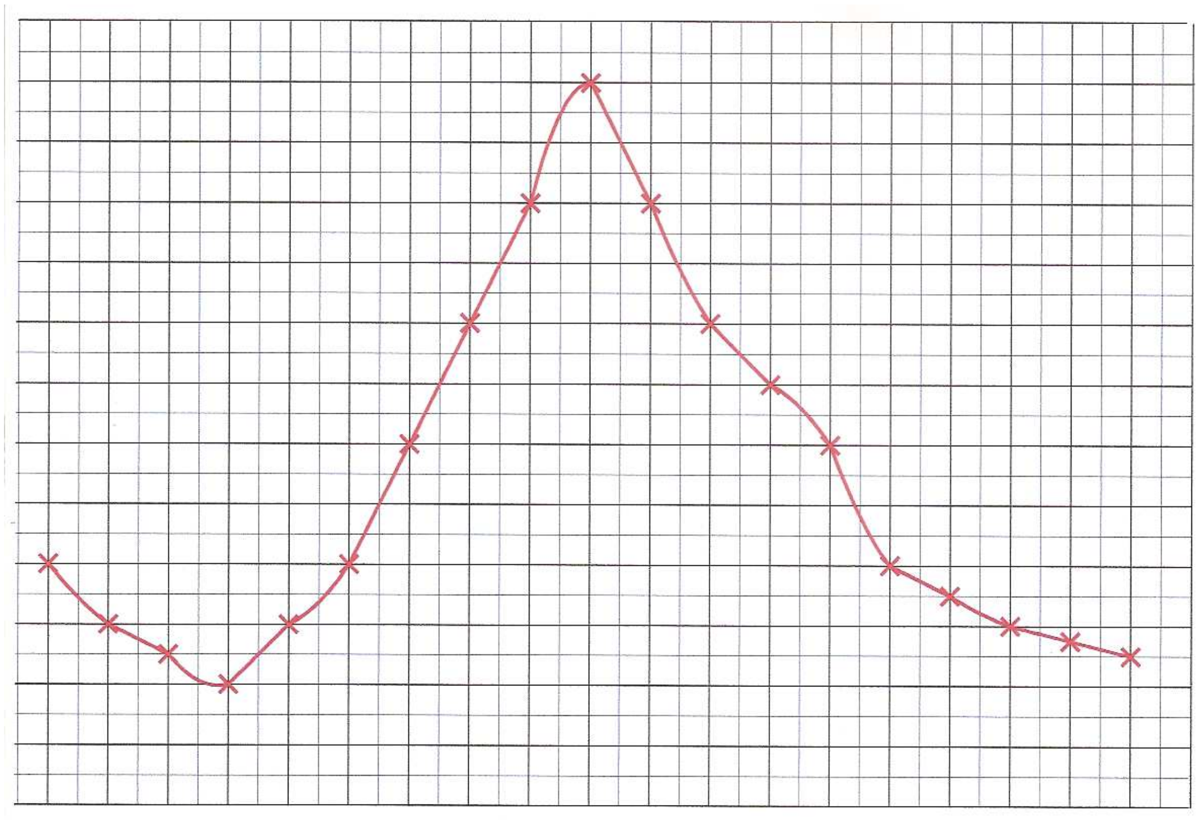
Nombre de voitures vendues

Exemple 5 : (d'après Hyperbole-Nathan)

Un pompiste revend le litre d'essence au prix de 1,20€, alors qu'il l'achète 0,85€. Le pompiste sait qu'à ce prix de vente, il peut vendre 1000 litres d'essence par jour. Mais il sait aussi qu'à chaque baisse de 1 centime d'euro, il augmente de 100 litres la quantité vendue par jour.
A quel prix doit-il vendre le litre d'essence pour rendre son bénéfice journalier maximum?

Exemple 6 : Une situation problématique.

Dans une station météorologique de moyenne montagne, une machine automatique fait un relevé de température de six heures à minuit tous les jours. Le technicien du laboratoire trouve le lendemain la bande du relevé sans aucune indication mais il sait qu'à 6 heures, il faisait - 2 ° C et qu'à midi la glace commençait à fondre.
Il s'agit de l'aider à lire cette bande et à remplir un questionnaire que son supérieur lui a demandé de renseigner.
La bande enregistrée



Le questionnaire :

1) Pour quelles valeurs de t, en heures, la température T est-elle relevée ?

2) Quelle est la température à 6h ?
Quelle est la température à 12h ?

3) Entre quelle heure et quelle heure la température augmente-t-elle ?

4) Quelle est la température minimale ? A quelle heure est-elle atteinte ?
Quelle est la température maximale ? A quelle heure est-elle atteinte ?

5) Compléter le tableau ci-dessous :

t	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
T																			

6) A quelle(s) heure(s), la température est-elle de - 2°C ?
A quelle(s) heure(s), la température est-elle de 4°C ?

7) Calculer la durée où la température a été négative.

8) Compléter le graphique sachant que la température a été constante entre 0h et 6h.

9) Calculer la température moyenne entre 6h et minuit.

AIDE : Si vous avez des difficultés à remplir le questionnaire, commencez par insérer les axes des abscisses et des ordonnées, et les graduer.

L'algèbre

Le programme de troisième

Les travaux se développent dans trois directions :

- utilisation d'expressions littérales donnant lieu à des calculs numériques ;
- utilisation du calcul littéral pour la mise en équation et la résolution de problèmes ;
- utilisation pour prouver un résultat général (en particulier en arithmétique).

Les activités visent la maîtrise du développement ou de la factorisation d'expressions simples.

Dans le cadre du socle commun, les élèves connaissent l'existence des identités remarquables et doivent savoir les utiliser pour calculer une expression numérique mais aucune mémorisation des formules n'est exigée.
La notion d'équation ne fait pas partie du socle commun. Néanmoins, les élèves peuvent être amenés à résoudre des problèmes du premier degré (méthode arithmétique, méthode par essais successifs, …).

Analyse de l'exercice 7 puis pistes de remédiation :

L'exercice 7 donne un intérêt à l'utilisation de la lettre dans le débat mathématique. Plusieurs exemples ne pouvant pas démontrer que c'est toujours vrai, l'algèbre devient incontournable.
Le programme de calcul est énoncé en langage naturel et donne une liste d'opérations à effectuer à partir d'un nombre de départ pour obtenir un résultat. A partir de la lecture du programme, l'élève doit identifier les opérations et comprendre l'ordre dans lequel, elles doivent être effectuées (C1). La mise en œuvre du programme nécessite une connaissance des priorités opératoires, de bien distinguer le rôle du nombre du départ et des résultats intermédiaires et de savoir effectuer un calcul avec les entiers relatifs. (C2)

Une fois le constat d'égalité effectué, l'élève doit démontrer (C3). Pour cela, il doit être capable de traduire algébriquement les programmes, c'est-à-dire, donner l'écriture en ligne du calcul qui conduit au résultat sans effectuer les calculs intermédiaires obligeant l'utilisation des parenthèses pour respecter les priorités opératoires (programme 2). La démonstration de l'égalité nécessite de mettre en œuvre la double distributivité.

Il doit mettre en forme cette démonstration pour répondre à la question posée (C4).

Les difficultés des élèves dans cette activité, qui pourront constituer des points pouvant être ensuite travaillés dans le cadre de l'accompagnement personnalisé, sont les suivantes :

- Connaissance insuffisante du vocabulaire lié aux opérations.
- Mauvaise lecture du rôle du nombre de départ et des résultats intermédiaires.
- Méconnaissance du débat mathématique : « les exemples suffisent pour se convaincre d'un résultat ».
- Connaissance insuffisante du langage algébrique.

Que demande-t-on à l'élève dans l'exercice 7 ?

1. <u>Lecture analytique de l'énoncé :</u>

   - Lire et comprendre les deux programmes de calcul. Connaître les expressions : Elever au carré, multiplier, ajouter et soustraire.
   - Pour chaque programme, effectuer deux opérations avec le nombre du départ puis une troisième avec les deux résultats obtenus.

2. <u>Calculer :</u>

   - Faire fonctionner les programmes avec les entiers relatifs 2 ; 5 et -1.

3. <u>Constater puis démontrer :</u>

   - L'élève doit choisir une lettre pour le nombre du départ et traduire par :

     x est le nombre du départ

     Premier programme : $x^2 - 4x + 3$

     Deuxième programme : $(x-1)(x-3)$

   - L'élève doit ensuite développer l'expression $(x-1)(x-3)$ pour pouvoir constater l'égalité.

Pistes de remédiation :

Travail de remédiation avec les programmes de calcul :		
Les programmes de calcul sont énoncés en langage naturel. Aucune lettre ne doit apparaître dans l'énoncé. L'élève calcule et constate. Il émet une conjecture puis la démontre.	**Travail de l'élève :** **1) Lecture analytique d'un énoncé** : L'élève lit, extrait les données et identifie les opérations. **Contrôle du professeur** : - répondre à des questions. - réécrire le programme. **2) Faire fonctionner le programme pour plusieurs nombres :** **Contrôle du professeur** : - écrire en ligne le calcul à effectuer pour un nombre de départ donné. **3) Constater et émettre une conjecture.** **Contrôle du professeur**: - Ecrire le constat et formuler la conjecture. **4) Démontrer.** - Ecrire en détail le traitement algébrique des expressions.	**Progression sur l'année :** *Du programme de calcul à l'algorithme.* Les programmes de calcul peuvent se compliquer au fur et à mesure et conduire à démontrer une égalité ou une inégalité. Ils peuvent aussi proposer la résolution d'une équation ou d'une inéquation. Cette situation peut s'enrichir en utilisant la machine pour l'étape 2.

Quelques exemples pour donner des idées.

<u>Exemple 1 :</u>

Voici deux programmes de calcul. Ces deux programmes donnent-ils le même résultat ?

Programme 1	Programme 2
• Choisir un nombre. • Retrancher 2. • Elever le résultat au carré. • Retrancher 4. • Donner le résultat final.	• Choisir un nombre. • Retrancher 4. • Multiplier le résultat par le nombre du départ. • Donner le résultat final.

Exemple 2 :

Voici trois programmes de calcul. Ces trois programmes donnent-ils le même résultat ?

Programme 1	Programme 2	Programme 3
• Choisir un nombre. • Ajouter à ce nombre, son carré et 3 Donner le résultat	• Choisir un nombre. • Soustraire 2 au nombre choisi ; • Ajouter 3 au nombre choisi ; • Multiplier les deux résultats ; Donner le résultat	• Choisir un nombre. • Ajouter 0,5. • Elever le résultat au carré • Soustraire le carré de 2,5 ; Donner le résultat.

Exemple 3 :

Voici deux programmes de calcul. Pour quel nombre, ces deux programmes donnent-ils le même résultat ?

Programme 1
- Choisir un nombre.
- Multiplier le nombre choisi par (– 4) ;
- Ajouter 3 au résultat.
- Donner le résultat.

Programme 2
- Choisir un nombre.
- Soustraire 1 au nombre choisi;
- Multiplier le résultat par 4.
- Ajouter 5
- Donner le résultat.

Exemple 4 :

Voici deux programmes de calcul. Pour quels nombres de départ, le résultat du programme 1 est-il inférieur au résultat du programme 2?

Programme 1
- Choisir un nombre.
- Multiplier le carré du nombre choisi par 8;
- Retrancher 17.
- Donner le résultat.

Programme 2
- Choisir un nombre.
- Soustraire 1 au nombre choisi;
- Ajouter 1 au nombre choisi;
- Multiplier les deux résultats.
- Multiplier le résultat par 5.
- Donner le résultat.

Exemple 5 :

Voici deux programmes de calcul.

Programme 1	Programme 2
Choisir un nombre. Retrancher 1 ; Multiplier le résultat par le double du nombre choisi ; Multiplier par 2 ; Donner le résultat	Choisir un nombre. Soustraire 1 au double du nombre choisi ; Elever le résultat au carré Retrancher 1. Donner le résultat

a) Utiliser la calculatrice pour compléter le tableau suivant :

Nombre choisi	Programme 1	Programme 2
1		
10		
-3		
0,1		
-0,3		
-0,01		

b) Que constate-t-on ? Démontrer.

Exemple 6 :
Voici deux programmes de calcul.

Programme 1	Programme 2
Choisir un nombre. Elever ce nombre au carré ; Retrancher au résultat le double du nombre de départ ; Donner le résultat	Choisir un nombre. Lui retrancher 1 ; Elever le résultat au carré Retrancher 1 au résultat trouvé. Donner le résultat

a) Compléter les écritures de ces deux programmes dans le langage Algobox puis compléter le tableau de valeurs :

Programme 1	Programme 2
VARIABLES *x* EST_DU_TYPE NOMBRE *a* EST_DU_TYPE NOMBRE *b* EST_DU_TYPE NOMBRE *c* EST_DU_TYPE NOMBRE **DEBUT_ALGORITHME** LIRE *x* *a* PREND_LA_VALEUR pow(x,2) *b* PREND_LA_VALEUR 2*x *c* PREND_LA_VALEUR …… AFFICHER "c=" AFFICHER c **FIN_ALGORITHME**	**VARIABLES** *x* EST_DU_TYPE NOMBRE *a* EST_DU_TYPE NOMBRE *b* EST_DU_TYPE NOMBRE *c* EST_DU_TYPE NOMBRE **DEBUT_ALGORITHME** LIRE x *a* PREND_LA_VALEUR *x - 1* *b* PREND_LA_VALEUR ……… *c* PREND_LA_VALEUR ……… AFFICHER "c=" AFFICHER c **FIN_ALGORITHME**

Nombre choisi	Programme 1	Programme 2
1		
3,25		
-3,4		
0,001		

b) Que constate-t-on ? Démontrer.

Pour varier les activités sur le thème de l'algèbre :

Exemple 1 :

Marc doit effectuer les calculs suivants sans calculatrice :

30+47x30+30x2 ; 58+47x58+58x2 ; 64+47x64+64x2 et 78+47x78+78x2

Partie A :
Proposer une méthode qui permet d'effectuer rapidement ce travail.

Partie B :
Parmi les expressions ci-dessous, laquelle permet de modéliser les calculs précédents ?
$2a + 47a + a^2$ $a + 47a + 2a$ $(a + 47)(a + 2a)$

1) Factoriser les deux premières expressions puis développer la troisième.

2) Est-il vrai que les calculs de Marc peuvent s'effectuer par le programme suivant :
Prendre la moitié du premier nombre
Multiplier le résultat par 100.

3) Si oui expliquer. Sinon, écrire le programme qui permet de les effectuer.

Exercice 2 : Une énigme.

Deux nombres ont une somme de 90. De combien augmente leur produit si on augmente chacun d'eux de 5 ?