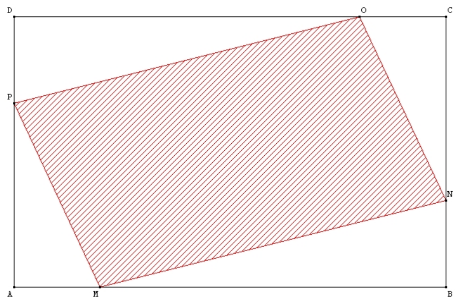
Activité : le quadrilatère tournant

Enoncé :

Tracer un rectangle ABCD avec AB = 8cm et AD = 5cm.
Placer sur [AB] un point M.
Placer alors N sur [BC], P sur [CD] et Q sur [DA] de sorte que AM = BN = CP = DQ
On va s'intéresser à l'aire du quadrilatère MNPQ.



<u>Durée :</u> ¼ h présentation + 4 heures + ¼ h pour écrire la conclusion

<u>Organisation :</u> Il s'agit d'un travail mené en classe entière.
Les questions ne sont pas distribuées à l'avance aux élèves, elles seront posées au fur et à mesure de l'avancement des élèves et de leurs prises de consciences progressives.
J'essaie ci-dessous de raconter ce qui se passe dans une classe « normale », avec les pistes parfois erronées suivies par les élèves

<u>¼ h : présentation</u>
les élèves écrivent l'énoncé, font la figure. Ils voient tout de suite que MNPQ est un parallélogramme
Noter les deux questions:
- MNPQ est-il bien un parallélogramme ?
- avons-nous tous la même aire ?

<u>1ère heure : comment calculer l'aire ?</u>
- MNPQ est-il bien un parallélogramme ? → rappel différentes méthodes pour démontrer un parallélogramme → démonstration
- avons-nous tous la même aire ? → calcul de l'aire pour AM=2:
    en utilisant la "formule" côté * côté (calcul des côtés avec Pythagore) utilisée par les élèves
    en soustrayant au rectangle de 8 sur 5 les 4 triangles rectangles
- pourquoi les deux méthodes donnent des résultats différents ? → la 1ère est incorrecte !
:
<u>2ème heure : les aires varient en fct de AM</u>
- calcul de différentes valeurs de l'aire correspondant à différentes positions de M
prise de note : *les parallélogrammes n'ont pas tous la même aire ; cette aire dépend de la valeur choisie pour AM.*
Question : quelle est la plus grande aire possible ? la plus petite ?
- recherche de l'aire max et de l'aire min → l'aire max est pour AM=0 (en général pour x=0.001…débat sur la possibilité de x=0)

<u>3ème heure : formule exprimant aire en fct de x=AM</u>
- recherche de l'aire min : défi dans la classe
- observation des calculs faits pour AM=2 , AM=3, AM=4 : on fait toujours la même chose → idée d'automatiser le calcul → programme de calcul → on pose AM=x et on obtient une formule de fonction
- développement de cette formule ; remarque (on gagne en simplicité, on perd le sens)
prise de note : *on a une fonction définie sur [0 ; 5] x = AM → f(x=) = aire de MNPQ =* $2x^2-13x+40$
- graphique

<u>4ème heure : graphique</u>
- observation de la courbe obtenue avec la fct trace de géoplan
- une autre possibilité pour voir plus de points : analyse de l'algorithme écrit sur Algobox :
- suivi "à la main"
- adaptation pour obtenir plus de points
- adaptation pour la courbe du pb du quadrilatère tournant

<u>¼ h : conclusion</u>
Ce problème pose le question de la recherche d'un minimum d'une fonction.
Les outils pour répondre à cette question sont un des objectifs de l'année

<u>Remarques :</u>
- plutôt que l'aire min, il vaudrait mieux poser la question : » est-il possible que MNPQ ait pour aire 23,08 cm² » ? En effet on peut répondre à cette question à ce moment de l'année, celui qui trouve la réponse est fier, et on peut utiliser le graphique pour voir (alors que le minimum pose le pb de l'allure de la parabole autour de son minimum)

- l'algorithme a semblé venir un peu tôt, la notion de fonction n'étant pas encore en place. Mais on peut tabler sur la construction évolutive des savoirs pour que ce premier contact laisse des traces…