

collection Textes de référence - Lycée [LEGT]
Programmes

Mathématiques

classe de première
séries ES, L, S

Ministère de l'Éducation nationale, de l'Enseignement supérieur et de la Recherche
Direction générale de l'enseignement scolaire

Édition précédente réédition mai 2005, réimpression octobre 2006

Centre national de documentation pédagogique

Coordination éditoriale

Christine NOTTRELET
et son équipe

Jeannine DEVERGILLE – Maryse LAIGNEL

31, rue de la Vanne - 92120 Montrouge - 01 46 12 84 87

Maquette

Fabien BIGLIONE

Maquette de couverture

Catherine VILLOUTREIX

© 2006 - CNDP, Téléport 1 @4 - BP 80158 - 86961 Futuroscope Cedex

ISBN : 2-240-01939-5

ISSN : 1778-2767

« Le Code de la propriété intellectuelle n'autorisant aux termes de l'article L. 122-5 2° et 3°, d'une part, que "les copies ou reproductions strictement réservées à l'usage du copiste et non destinées à une utilisation collective" et, d'autre part, que "les analyses et courtes citations justifiées par le caractère critique, polémique, pédagogique, scientifique ou d'information de l'œuvre à laquelle elles sont incorporées", **toute représentation ou reproduction, intégrale ou partielle, faite sans le consentement du CNDP est illicite** (article L. 122-4). Cette représentation ou reproduction par quelque procédé que ce soit constituerait une contrefaçon sanctionnée par les articles L. 335-2 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. »

Sommaire

Textes officiels	5
Horaires	7
Série économique et sociale (ES)	9
Objectifs généraux	9
Mathématiques et informatique en classes de première et terminale ES	9
Organisation de l'enseignement et du travail des élèves	10
Contenu du programme de la classe de première ES	10
Le programme de l'enseignement obligatoire au choix de la classe de première ES	15
Série littéraire (L) - enseignement obligatoire mathématiques-informatique	17
Présentation générale	17
Contenu du programme	17
Série littéraire (L) - enseignement obligatoire au choix	21
Introduction.....	21
Arithmétique	23
Analyse	25
Statistique et probabilités	26
Géométrie	27
Argumentation mathématique - Analyse de raisonnement	28
Activités algorithmiques	29
Série scientifique (S)	31
Généralités à propos d'une formation scientifique en classes de première et terminale S	31
Mathématiques et informatique en classes de première et terminale S	33
Épistémologie et histoire des mathématiques	34
Organisation de l'enseignement et du travail des élèves	35
Contenus du programme de la classe de première S	35

T extes officiels

■ Arrêté du 9 août 2000

Fixant le programme de la classe de première de la série économique et sociale.
BO hors série n° 8 du 31 août 2000 - Volume 6.

■ Arrêté du 9 août 2000

Fixant le programme de l'enseignement obligatoire mathématiques-informatique de la classe de première de la série littéraire.
BO hors série n° 7 du 31 août 2000 - Volume 5.

■ Arrêté du 9 août 2000

Fixant le programme de la classe de première de la série scientifique.
BO hors série n° 7 du 31 août 2000 - Volume 5.

■ Arrêté du 6 juillet 2004

Fixant le programme de l'enseignement obligatoire au choix.
BO hors série n° 5 du 9 septembre 2004 - Volume 15

H oraires

■ Arrêté du 19 juin 2000

Organisation et horaires de la classe de première des séries ES, L et S.
BO n° 29 du 27 juillet 2000.

■ Arrêté du 17 février 2003

Modification de l'arrêté du 19 juin 2000
BO n° 12 du 20 mars 2003

SÉRIE ÉCONOMIQUE ET SOCIALE (ES)

Classe de première	
Enseignement obligatoire	Horaire
Mathématiques	2,5 + (0,5)
Enseignement obligatoire *	Horaire
Mathématiques	2

() L'horaire entre parenthèses est un horaire en classe dédoublée.

* Au choix parmi d'autres enseignements.

SÉRIE LITTÉRAIRE (L)

Classe de première	
Enseignement obligatoire	Horaire
Mathématiques - informatique	1 + (1)
Enseignement obligatoire au choix *	
Mathématiques	3

() L'horaire entre parenthèses est un horaire en classe dédoublée.

* 1 au choix parmi d'autres enseignements.

SÉRIE SCIENTIFIQUE (S)

Classe de première	
Enseignement obligatoire	Horaire
Mathématiques	4 + (1)

() L'horaire entre parenthèses est un horaire en classe dédoublée.

Série économique et sociale (ES)

■ Arrêté du 9 août 2000

BO hors série n° 8 du 31 août 2000 - Volume 6.

1 - Objectifs généraux

La science est un moyen « déraisonnablement efficace » (pour paraphraser Wigner) de rendre le monde qui nous entoure intelligible et partiellement prévisible : l'institution scolaire se doit de favoriser l'accès à ce moyen pour tous les lycéens, en particulier ceux de la série économique et sociale. Dans cette perspective, est réaffirmé ici le caractère indispensable d'un enseignement de mathématiques consistant dans cette série, et ce d'autant plus que par le biais des progrès technologiques, les mathématiques sont de plus en plus massivement présentes.

Cet enseignement doit en particulier aider les élèves à intégrer des mathématiques dans leur mode de pensée ; c'est là un travail de longue haleine et, à l'issue du cycle première-terminale, les élèves devraient avoir rencontré quelques types de questions appelant un traitement mathématique et saisi la nature des réponses que les mathématiques leur apportent.

Dans un premier temps, les objectifs suivants seront prioritairement visés :

- entraîner à la lecture active de l'information, à sa critique éclairée et à son traitement, en particulier en privilégiant les connaissances et les méthodes permettant des changements de registre (graphique, numérique, algébrique, etc.) ;
- initier les élèves à la pratique d'une démarche scientifique globale, mêlant observation, exercice de l'imagination, questionnement, synthèse, usage de la logique, argumentation et démonstration mathématique ;
- favoriser le travail personnel des élèves et donner la possibilité et le goût des problèmes consistants ou non entièrement balisés, qu'ils viennent des mathématiques ou d'ailleurs ;
- promouvoir la cohérence de la formation des élèves en s'appuyant sur l'intuition, en relevant systématiquement les liens entre les différentes parties du programme et en exploitant les jonctions entre les mathématiques et les autres disciplines.

2 - Mathématiques et informatique en classes de première et terminale ES

On peut souligner deux aspects du lien entre mathématiques et informatique.

- Utiliser des outils logiciels (sur calculatrice ou ordinateur) requiert des connaissances et des compétences mathématiques que cette utilisation contribue en retour à développer. Le programme insiste pour que cet aspect du lien entre mathématique et informatique soit travaillé à tous les niveaux ; il ne s'agit pas d'apprendre à devenir expert dans l'utilisation de tel ou tel logiciel, mais de connaître la nature des questions susceptibles d'être illustrées ou résolues grâce à l'ordinateur et de savoir comment analyser les réponses fournies ; l'élève doit apprendre à situer et intégrer l'usage des outils informatiques dans une démarche scientifique.

● L'informatique a totalement transformé le paysage des mathématiques ; elle permet la confrontation aisée de plusieurs modèles, le calcul effectif de solutions non explicites d'équations, la pratique de la simulation ; des logiciels mettent à la portée d'un nombre toujours plus grand d'individus des applications de mathématiques sophistiquées, en particulier dans les entreprises. Une évolution des méthodes d'enseignement, voire des contenus, se fera peu à peu ; s'il est nécessaire de l'amorcer dès aujourd'hui, il convient aussi de réfléchir et d'expérimenter diverses stratégies éducatives.

Le programme ne fixe pas de répartition entre différentes modalités qui doivent toutes être présentes : activités des élèves sur ordinateur ou sur calculatrice programmable graphique, travail de la classe entière (ou d'un groupe) utilisant un ordinateur muni d'un dispositif de visualisation collective. Il convient en ce domaine que les professeurs déterminent en chaque circonstance la stratégie d'utilisation la plus adaptée.

3 - Organisation de l'enseignement et du travail des élèves

L'horaire hebdomadaire est, pour la partie obligatoire, de 3 heures en première dont une demi-heure dédoublée et de 4 heures en terminale ; s'y ajoutent 2 heures d'enseignement au choix en première et 2 heures d'enseignement de spécialité en terminale. Une cohérence forte s'impose entre les parties obligatoire et au choix (ou de spécialité) ; seule leur attribution à un même enseignant pourra réellement la garantir. Chaque professeur garde toute liberté pour l'organisation de son enseignement, dans le respect des contenus et modalités de mise en œuvre précisés dans les tableaux du paragraphe suivant.

L'enseignant veillera à équilibrer les divers temps de l'activité mathématique dans sa classe ; travail sur problèmes et exercices, élaboration de démonstration, exposé magistral, synthèse, etc., rythmeront les heures de classe et viseront tous à promouvoir chez chaque élève une implication active et l'acquisition de la démarche mathématique décrite au paragraphe 1. À cet égard, les travaux proposés en dehors du temps d'enseignement, à la maison ou au lycée, jouent aussi un rôle primordial ; ils ont des fonctions diversifiées :

- la résolution d'exercices d'entraînement, en lien avec l'étude du cours, permet aux élèves d'affermir leurs connaissances de base et d'évaluer leur capacité à les mettre en œuvre sur des exemples simples ;
- les travaux individuels de rédaction (solution d'un problème, mise au point d'exercices étudiés en classe, etc.) visent essentiellement à développer les capacités de mise au point d'un raisonnement et d'expression écrite ; vu l'importance de ces objectifs, ces travaux de rédaction doivent être réguliers, mais leur longueur doit rester modeste ;
- les devoirs de contrôle, peu nombreux, combinent des exercices d'application directe du cours (voire des questions de cours), des problèmes plus synthétiques, comportant des questions enchaînées de difficulté et des questions plus ouvertes (telles la recherche d'informations pertinentes ou le traitement adapté de données chiffrées en vue de leur interprétation).

Il est à noter que les travaux personnels encadrés (TPE) permettent d'aborder des situations plus complexes et de mener un travail sur le long terme.

4 - Les contenus du programme de la classe de première ES

L'enseignement des mathématiques en série ES a été notablement repensé durant la dernière décennie. Le présent programme reprend les intentions définies alors : souci d'inscrire les mathématiques dans la formation générale des élèves de cette série en cohérence avec les autres disciplines, traitement privilégié de l'information « chiffrée » sous toutes ses formes, introduction motivée et étude progressive de concepts mathématiques nouveaux. Une réécriture partielle s'est néanmoins imposée compte tenu de la mise en place de nouveaux programmes au collège puis en seconde ; certains points, du fait de leur nouveauté, sont rédigés de façon assez détaillée, les

autres de façon plus concise. En revanche, des modifications substantielles ont été apportées au contenu de l'enseignement au choix de première et à la spécialité de terminale.

Les tableaux qui suivent comportent trois colonnes : la première indique les contenus à traiter ; la deuxième fixe, lorsque cela est nécessaire, des modalités de mise en œuvre, notamment informatiques ; la troisième explicite le sens ou les limites de certaines questions.

L'ordre adopté ici par commodité pour présenter les divers paragraphes des chapitres ne doit pas être opposé aux liens qui unissent ces paragraphes et que l'organisation du cours permettra de mettre en évidence : aucun ordre n'est imposé et les contenus peuvent être réorganisés suivant d'autres chapitres.

Traitement des données et probabilités

La manipulation avisée des pourcentages est un objectif minimum que tout enseignement de mathématiques se doit d'atteindre ; il convient sur ce sujet de conforter tout au long de la scolarité les acquis et la pratique d'automatismes intelligents ; ceux-ci seront mis en œuvre en particulier lors de la lecture critique de résultats fournis par les médias.

La statistique est utilisée aujourd'hui dans de nombreux domaines ; il ne s'agit pas là d'une mode passagère mais de la diffusion d'une culture et d'un mode de pensée très ancien, rendue possible par les progrès simultanés de la théorie mathématique et de la technologie informatique. Chaque domaine a une pratique très spécifique de la statistique fondée sur une problématique propre, la nature des expériences que l'on peut faire, la nature et les propriétés des données à traiter, les techniques les plus souvent mises en œuvre (on parle ainsi de statistique médicale, de statistique industrielle, de statistique financière, de physique statistique, etc.).

Dans les domaines spécifiques à la série ES, les données sont souvent ordonnées (séries chronologiques), l'ordre étant capital (ce qui n'était en général pas le cas pour les séries étudiées en seconde). De plus, la définition de ces données est souvent complexe (indices économiques, données moyennées ou lissées, etc.). Les élèves devront acquérir le réflexe de réfléchir sur la nature même des données traitées avant de commenter la structure qui se dégage de leur description graphique et numérique.

En statistique descriptive, on introduit :

- les diagrammes en boîtes qui permettent d'appréhender aisément certaines caractéristiques des répartitions des caractères étudiés et qui complètent la panoplie des outils graphiques les plus classiquement utilisés ;
- deux mesures de dispersion : l'écart-type et l'intervalle interquartile.

Ces éléments pourront être travaillés sur des séries de données collectées dans d'autres disciplines (notamment en économie) et sur des séries simulées. Cette partie descriptive ne doit pas faire l'objet de longs développements numériques, ni être déconnectée du reste du programme de probabilités et statistique.

On n'abordera pas les problèmes de recueil des données qui varient considérablement d'un domaine à l'autre ; ces questions font l'objet d'enseignements spécifiques dans les études qu'un élève de ES est susceptible d'entreprendre ultérieurement (sciences humaines, économie, finances, etc.).

La partie du programme consacrée aux probabilités est centrée sur quelques concepts de base : ceux-ci seront introduits pour expliquer certains faits simples observés expérimentalement ou par simulation.

La simulation joue un rôle important : en permettant d'observer des phénomènes variés, elle amène les élèves à enrichir considérablement leur expérience de l'aléatoire et favorise l'émergence d'un mode de pensée propre à la statistique ; elle rend de plus nécessaire la mise en place de fondements théoriques. En première, on explicitera ce qu'est la simulation d'une expérience (détermination d'un modèle de cette expérience suivie de la simulation de ce modèle) ; on indiquera que la simulation permet, d'une part, d'avoir des estimations de résultats impossibles à calculer explicitement et, d'autre part, par la comparaison de résultats simulés et de résultats expérimentaux, de valider des modèles.

L'outil naturel pour traiter les problèmes de ce chapitre est l'ordinateur. Les élèves devront en outre savoir utiliser leur calculatrice en mode statistique pour de petites séries.

CONTENUS	MODALITÉS DE MISE EN ŒUVRE	COMMENTAIRES
<p>Pourcentages</p> <p>Expression en pourcentage d'une augmentation ou d'une baisse. Augmentations et baisses successives. Variations d'un pourcentage.</p> <p>Pourcentages de pourcentages. Addition et comparaison de pourcentages.</p>	<p>On s'appuiera essentiellement sur des données socio-économiques, historiques et géographiques pour réinvestir toutes les connaissances antérieures relatives aux pourcentages ; on étudiera des exemples présentés sous diverses formes (tableaux à double entrée, graphiques, etc.).</p> <p>L'élève doit savoir passer de la formulation additive (« augmenter de 5 % ») à la formulation multiplicative (« multiplier par 1,05 »).</p> <p>On formulera aussi ces variations en termes d'indices (comparaison à la valeur prise une année donnée choisie comme base 100).</p> <p>On distinguera les pourcentages décrivant le rapport d'une partie au tout des pourcentages d'évolution (augmentation ou baisse).</p>	<p>Aucune connaissance technique proprement nouvelle n'est au programme de première ; ce sujet donnera lieu, régulièrement durant l'année, à des activités dans le double objectif suivant : entraîner à une pratique aisée de techniques élémentaires de calcul, amener à une attitude critique vis-à-vis des informations chiffrées.</p> <p>On pourra relever certains pièges classiques de la formulation additive (« pour compenser une hausse de 10 %, suffit-il d'appliquer une baisse de 10 % ? »).</p> <p>Il s'agit en particulier de s'attacher à dégager les différentes interprétations possibles de l'augmentation ou de la diminution d'un pourcentage.</p>
<p>Statistique</p> <p>Étude de séries de données :</p> <ul style="list-style-type: none"> - nature des données (effectifs, données moyennes, indices, pourcentages, etc.) ; - lissage par moyennes mobiles ; - histogrammes à pas non constants ; - diagrammes en boîte. <p>Effet de structure lors du calcul de moyennes.</p> <p>Mesures de dispersion : intervalle interquartile, écart-type.</p> <p>Tableau à double entrée : étude fréquentielle ; lien entre arbre et tableau à double entrée ; notion de fréquence de A sachant B.</p>	<p>On s'intéressera en particulier aux séries chronologiques.</p> <p>On effectuera à l'aide d'un tableur le lissage par moyennes mobiles et on observera directement son effet sur la courbe représentant la série.</p> <p>Les histogrammes à pas non constants ne seront pas développés pour eux-mêmes, mais le regroupement en classes inégales s'imposera lors de l'étude d'exemples comme des pyramides des âges ou de salaires.</p> <p>On apprendra à interpréter diverses formes de diagrammes en boîtes à partir d'exemples.</p> <p>En liaison avec le paragraphe « probabilités », on étudiera plusieurs séries obtenues par simulation d'un modèle ; on comparera les diagrammes en boîte.</p> <p>L'utilisation d'un logiciel informatique est indispensable pour accéder à une simulation sur un nombre important d'expériences.</p> <p>On observera dynamiquement et en temps réel, les effets des modifications des données.</p>	<p>Sans développer de technicité particulière à propos des histogrammes à pas non constants, on montrera l'intérêt d'une représentation pour laquelle l'aire est proportionnelle à l'effectif.</p> <p>L'objectif est de résumer une série par un couple (mesure de tendance centrale ; mesure de dispersion). Deux choix usuels sont couramment proposés : le couple (médiane ; intervalle interquartile), <i>robuste</i> par rapport aux valeurs extrêmes de la série, et le couple (moyenne ; écart-type). On démontrera que la moyenne est le réel qui minimise $\sum(x_i - x)^2$ alors qu'elle ne minimise pas $\sum x_i - x$.</p> <p>On notera σ l'écart-type d'une série, plutôt que σ, réservé à l'écart-type d'une loi de probabilité.</p> <p>La fréquence de A sachant B sera notée $f_B(A)$; elle prépare à la notion de probabilité conditionnelle qui sera traitée en terminale.</p>

CONTENUS	MODALITÉS DE MISE EN ŒUVRE	COMMENTAIRES
<p>Probabilités</p> <p>Définition d'une loi de probabilité sur un ensemble fini. Probabilité d'un événement, de la réunion et de l'intersection d'événements.</p> <p>Modélisation d'expériences de référence menant à l'équiprobabilité ; utilisation de modèles définis à partir de fréquences observées.</p>	<p>Le lien entre loi de probabilité et distribution de fréquences sera éclairé par un énoncé vulgarisé de la loi des grands nombres.</p> <p>On mènera de pair simulation et étude théorique de la somme de deux dés (en liaison avec le paragraphe précédent).</p>	<p>Un énoncé vulgarisé de la loi des grands nombres peut être par exemple : <i>Pour une expérience donnée, dans le modèle défini par une loi de probabilité P, les distributions des fréquences obtenues sur des séries de taille n se rapprochent de P quand n devient grand.</i></p> <p>On indiquera que simuler une expérience consiste à simuler un modèle de cette expérience.</p> <p>On pourra ne pas se limiter à l'étude d'une seule situation et envisager d'autres expériences (produit de deux dés, somme de trois dés, etc.).</p> <p>On pourra repérer les difficultés soulevées par le choix d'un modèle mais sans s'y attarder : on utilisera directement des modèles que la statistique a permis de choisir.</p>

Algèbre et analyse

On gardera dans tout ce chapitre l'état d'esprit recommandé en classe de seconde et rappelé dans la présentation générale de ce programme : utiliser et développer conjointement les traitements graphique, numérique et algébrique.

La partie algèbre vise à entretenir et prolonger les connaissances acquises antérieurement sur les résolutions d'équations ou de systèmes. On veillera à traiter ce sujet suffisamment tôt dans l'année (il pourra servir de support à l'introduction d'éléments de calcul matriciel prévus dans le programme de l'option).

Pour les suites, l'objectif principal est de familiariser les élèves avec la modélisation de phénomènes itératifs simples.

Le programme d'analyse élargit l'ensemble des fonctions que l'on peut manipuler et ouvre la voie à l'étude de certaines de leurs propriétés.

Les opérations entre fonctions seront introduites à travers des exemples et il n'y a pas lieu d'effectuer d'exposé général ; il en sera de même de l'étude des variations d'une fonction à partir de fonctions plus élémentaires : l'important est de ne pas passer à côté d'évidences et d'éviter les complications artificielles.

Le concept de dérivée est un élément fondamental du programme de première ; lors de son introduction, on se contentera d'une approche intuitive de la limite finie en un point. On abordera les autres types de limites (limite infinie, limite à l'infini) sous un angle graphique et on gardera là aussi une vision intuitive.

CONTENUS	MODALITÉS DE MISE EN ŒUVRE	COMMENTAIRES
<p>Algèbre</p> <p>Exemples de systèmes d'équations linéaires à deux ou trois inconnues ; d'inéquations linéaires à deux inconnues.</p> <p>Résolution d'équations et d'inéquations du second degré.</p>	<p>On étudiera quelques exemples simples de problèmes de programmation linéaire.</p> <p>On fera le lien avec la représentation graphique de la fonction $x \mapsto ax^2 + bx + c$.</p>	<p>On consolidera l'interprétation géométrique des systèmes linéaires à deux inconnues ; cela amènera à reconnaître directement l'équation $ux + vy + w = 0$ (avec $(u,v) \neq (0;0)$) comme équation de droite.</p> <p>On évitera l'application systématique de formules générales utilisant le discriminant lorsqu'une solution plus simple est immédiate.</p>

CONTENUS	MODALITÉS DE MISE EN ŒUVRE	COMMENTAIRES
<p>Suites</p> <p>Modes de génération de suites numériques. Suites croissantes, suites décroissantes. Suites arithmétiques ; suites géométriques de raison positive ; somme des n premiers termes.</p>	<p>Exemples de l'utilisation de suites numériques pour décrire des situations simples. Sur tableur ou calculatrice, calcul des termes d'une suite suivant différents modes de génération et observation comparée des croissances de suites arithmétiques ou géométriques.</p>	<p>De nombreux phénomènes économiques, notamment chronologiques, peuvent être décrits avec une suite : on se limitera à l'étude durant un temps fini. On parlera de croissance exponentielle pour des suites géométriques à termes positifs, de raison supérieure à 1.</p>
<p>Généralités sur les fonctions</p> <p>Représentation graphique de la fonction $x \mapsto u(x+k)$ et des fonctions $u+k$, $u+v$, $u-v$, ku, u, où u et v sont des fonctions connues et k une constante. Sens de variation dans des cas simples.</p> <p>Mise en évidence de la « composée » de fonctions dans des expressions simples.</p>	<p>On partira des fonctions étudiées en classe de seconde. On privilégiera les représentations graphiques faites à l'aide d'un grapheur (calculatrice graphique ou ordinateur).</p> <p>On montrera en particulier que si u et v sont monotones de même sens, alors $u+v$ l'est aussi.</p> <p>On reviendra à cette occasion sur le sens des écritures algébriques. Dans des cas simples où n'interviennent que des fonctions monotones, on déduira le sens de variation.</p>	<p>On se restreindra à des cas simples. L'objectif essentiel est la compréhension du sens des opérations élémentaires sur des fonctions : on pourra traiter un ou deux exemples à la main, mais aucune technicité n'est à rechercher ici ; un grapheur permettra avantageusement de varier les situations.</p> <p>On abordera à cette occasion les propriétés relatives à la somme membre à membre de deux inégalités.</p> <p>La « composée » de fonctions sera ici introduite naturellement, sans qu'il soit indispensable d'utiliser la notation $u \circ v$.</p>
<p>Dérivation</p> <p>Approche cinématique ou graphique du concept de nombre dérivé d'une fonction en un point. Nombre dérivé d'une fonction en un point : définition comme limite de $\frac{f(a+b) - f(a)}{b}$ quand b tend vers 0. Fonction dérivée. Tangente à la courbe représentative d'une fonction f dérivable. Fonction dérivée d'une somme, d'un produit, d'un quotient, de $x \mapsto x^n$, de $x \sqrt{x}$. Lien entre dérivée et sens de variation.</p> <p>Application à l'approximation de pourcentages.</p>	<p>Plusieurs démarches sont possibles : passage de la vitesse moyenne à la vitesse instantanée pour des mouvements rectilignes suivant des lois horaires élémentaires (trinôme du second degré dans un premier temps) ; zooms successifs sur une représentation graphique obtenue à l'écran de la calculatrice. On reliera coût marginal et dérivée en un point.</p> <p>On étudiera, sur quelques exemples, les variations de fonctions polynômes de degré 2 ou 3, de fonctions homographiques ou de fonctions rationnelles très simples. On montrera que, pour un taux x faible, n hausses successives de x % équivalent pratiquement à une hausse de $n x$ %. On illustrera ceci à l'aide de la représentation graphique de la fonction $x \mapsto (1+x)^n$ (pour $n = 2$ ou $n = 3$) et de sa tangente pour $x = 0$.</p>	<p>On ne donnera pas de définition formelle de la notion de limite. Le vocabulaire et la notation relatifs aux limites seront introduits à l'occasion de ce travail sur la notion de dérivée ; on s'en tiendra à une approche sur des exemples et à une utilisation intuitive. Aucun développement n'est demandé sur ce sujet.</p> <p>On justifiera que la dérivée d'une fonction monotone sur un intervalle est de signe constant et on admettra la réciproque.</p>

CONTENUS	MODALITÉS DE MISE EN ŒUVRE	COMMENTAIRES
<p>Comportements asymptotiques</p> <p>Comportement des fonctions de référence à l'infini ($x \mapsto x^2, x \mapsto x^3, x \mapsto \sqrt{x}, x \mapsto 1/x, x \mapsto 1/x^2$; en zéro ($x \mapsto 1/x, x \mapsto 1/x^2$)).</p> <p>Asymptote horizontale, verticale ou oblique.</p>	<p>Ce travail sera illustré à l'aide des outils graphiques.</p> <p>On s'intéressera à des fonctions mises sous la forme $f(x) = ax + b + \varepsilon(x)$, la fonction ε tendant vers 0 en $+\infty$ ou en $-\infty$.</p>	<p>On s'appuiera sur l'intuition ; les résultats usuels sur les sommes et produits de limites apparaîtront à travers des exemples et seront ensuite énoncés clairement.</p>

5 - Le programme de l'enseignement obligatoire au choix de la classe de première ES

L'idée directrice du programme de l'enseignement au choix de première est de compléter, toujours dans l'esprit de la série économique et sociale, les connaissances mathématiques des élèves en vue d'une poursuite d'études.

Quelques prolongements du programme obligatoire sont proposés en analyse.

Un chapitre de géométrie vise à étendre à l'espace les acquis antérieurs dans le plan : calculs et illustrations graphiques seront menés simultanément et prépareront le terrain à des modélisations ultérieures.

Une introduction du calcul matriciel apparaît ici : les multiples applications ultérieures la justifient amplement ; le calcul matriciel offre par ailleurs un terrain favorable à une manipulation motivée, ordonnée et rigoureuse de calculs numériques simples. Aucune difficulté théorique ne sera soulevée. Vecteurs et matrices seront présentés comme des tableaux de nombres décrivant des situations simples et sur lesquels on peut définir des opérations dont l'interprétation s'avère aisée et convaincante.

CONTENUS	MODALITÉS DE MISE EN ŒUVRE	COMMENTAIRES
<p>Complément sur les fonctions</p> <p>Fonctions affines par morceaux.</p>	<p>Exemples simples d'interpolation linéaire.</p>	
<p>Géométrie dans l'espace</p> <p>Calcul vectoriel. Vecteurs colinéaires, vecteurs coplanaires.</p> <p>Repérage : coordonnées d'un point, d'un vecteur.</p> <p>Distance entre deux points ; condition analytique d'orthogonalité entre deux vecteurs.</p> <p>Équation cartésienne d'un plan.</p> <p>Équation cartésienne d'une droite.</p> <p>Sur des exemples simples de fonctions de deux variables, représentation et lectures de courbes de niveau.</p>	<p>On étendra à l'espace les opérations sur les vecteurs du plan.</p> <p>On pourra n'utiliser que des repères orthogonaux.</p> <p>Les élèves devront savoir lire et représenter un nuage de points en trois dimensions à l'aide d'un logiciel adapté.</p> <p>On pourra d'abord établir l'équation d'un plan parallèle à un plan de coordonnées, celle d'un plan parallèle à un axe du repère, puis passer au cas général. On pourra admettre que, pour $(a, b, c) \neq (0, 0, 0)$, $ax + by + cz + d = 0$ est l'équation d'un plan.</p> <p>On visualisera les situations dans l'espace à l'aide de logiciels ; ceux-ci mettront en évidence les surfaces représentant ces fonctions et les courbes de niveau apparaîtront comme des sections de ces surfaces par des plans horizontaux.</p>	<p>Une exploration intuitive de l'espace a déjà été menée les années antérieures. L'objectif prioritaire est ici le travail sur les coordonnées : par le simple ajout d'une coordonnée, on étend le calcul vectoriel de la dimension deux à la dimension trois. <i>A contrario</i>, on pourra revenir à la géométrie plane en annulant la troisième coordonnée.</p> <p>On pourra interpréter des exercices de programmation linéaire, dans lesquels interviennent des fonctions de coût du type $z = ax + by + c$.</p> <p>Aucune étude théorique de ces surfaces n'est demandée.</p>

CONTENUS	MODALITÉS DE MISE EN ŒUVRE	COMMENTAIRES
<p>Calcul matriciel</p> <p>Vecteurs-lignes ou colonnes, matrices : définition, dimension, opérations.</p> <p>Multiplication d'une matrice par un vecteur.</p> <p>Multiplication de deux matrices.</p> <p>Application à la résolution de problèmes faisant intervenir un système linéaire d'équations.</p>	<p>Vecteurs et matrices seront présentés comme des tableaux de nombres décrivant des situations simples ; les opérations seront introduites à la suite d'exemples leur donnant du sens et les justifiant.</p> <p>Les opérations seront d'abord réalisées à la main ; on évitera les complications artificielles et on en restera à des dimensions modestes (2, 3, 4 au plus). On posera la question de la recherche de l'inverse d'une matrice ; on cherchera à résoudre ce problème à la main, sur un ou deux exemples en dimension 2.</p> <p>On interprétera géométriquement les systèmes à 3 inconnues.</p> <p>On exploitera les possibilités offertes par les tableurs et calculatrices.</p>	<p>On évitera ici tout formalisme et on privilégiera une présentation intuitive en réponse à des situations concrètes.</p> <p>Le calcul matriciel sera l'occasion de calculs numériques simples, ne pouvant aboutir que si l'on procède avec ordre et rigueur.</p> <p>La notion de déterminant d'une matrice n'est pas au programme.</p> <p>On notera la linéarité sous-jacente à la multiplication d'une matrice A par un vecteur X ; on en donnera la signification à travers les exemples concrets étudiés.</p> <p>On reprendra en termes matriciels la résolution de systèmes au programme de la partie obligatoire. On ne résoudra à la main que des systèmes à 2 inconnues (exceptionnellement 3) ; on utilisera calculatrices et tableurs pour les dimensions supérieures.</p>

S

érie littéraire (L) - enseignement obligatoire mathématiques - informatique

■ Arrêté du 9 août 2000

BO hors série n° 7 du 31 août 2000 - Volume 5.

Présentation générale

Le programme de première de la série littéraire est centré sur les mathématiques utilisées de façon visible dans notre société actuelle : les tableaux de nombres, les pourcentages, certains paramètres statistiques ; les représentations graphiques sont ainsi des mathématiques visibles. Il a pour objectif de rendre les élèves actifs et le plus autonomes possible vis-à-vis de l'information reçue. Il intègre, comme son intitulé « mathématiques-informatique » le suggère, une dimension informatique en proposant systématiquement une mise en œuvre sur tableur des différents paragraphes.

Le but de cette année de première est de consolider les bases rendant les élèves capables, avec l'expérience :

- de représenter, commenter et résumer des données qu'ils ont eux-mêmes recueillies ou recherchées ;
- de critiquer de façon constructive les formulations, commentaires et interprétations de données chiffrées ou graphiques diffusés par certains médias.

Contenu du programme

1 - Information chiffrée

Il s'agit de mettre en œuvre des connaissances antérieures, d'approcher et de faire fonctionner les mathématiques en jeu dans un tableur.

Le travail se fera essentiellement à partir de documents s'appuyant sur des données chiffrées et des représentations graphiques issues des autres disciplines ou des médias. Certains éléments de ce paragraphe pourront, suivant les choix de l'enseignant, être étudiés en liaison avec les deux suivants.

CONTENUS	COMMENTAIRES
Pourcentages Coefficient multiplicatif associé à un pourcentage. Itération de pourcentages. Analyse des variations d'un pourcentage. Comparaison de pourcentages. Approximation linéaire dans le cas de faibles pourcentages.	À partir d'activités, on travaillera sur le sens des pourcentages étudiés et la légitimité des opérations faisant intervenir des pourcentages (somme, multiplication). La place réservée aux techniques de calcul est réduite puisque celles-ci sont généralement déjà connues.
Feuilles automatisées de calcul Exploration dynamique d'une feuille automatisée de calcul et explicitation des relations entre diverses cellules de cette feuille.	Il s'agit de repérer certains concepts, notions et outils mathématiques mis en œuvre lors de l'utilisation d'un tableur (notamment les notions de variable, de fonction, de moyenne pondérée).

CONTENUS	COMMENTAIRES
Réalisation d'une feuille automatisée de calcul à partir d'un texte, écrit en langue naturelle, comportant quelques règles et contraintes assez simples.	À partir d'exemples (budgets d'association, feuilles de remboursement de la sécurité sociale, bilans de clubs d'investissements, feuilles de facturation, etc.), on s'attachera à comprendre comment se font les modifications de toutes les cellules de la feuille de calcul lorsqu'on change une donnée, une pondération ou une règle de calcul.
Représentations graphiques Interprétation de l'information lisible sur un graphique : valeur exacte ou approchée, influence sur l'allure de la courbe d'un changement de fenêtre graphique. Interpolation linéaire. Résolution graphique d'équations, d'inéquations et recherche d'extremum en exploitant les changements de fenêtre graphique. Lecture de courbes de niveaux et repérage d'un point par trois coordonnées.	On privilégiera les fonctions du temps. On remarquera que pour des représentations de fonctions croissantes du temps avec une graduation régulière en abscisse, on ne peut pas forcément conclure quant aux variations de $\frac{f(a+1) - f(a)}{f(a)}$ On ne proposera aucun formalisme sur les fonctions de deux variables.
Outils graphiques de dénombrement Diagrammes ; arbres.	On découvrira, à travers deux ou trois exemples, quelques modes d'organisation des données en arbre ou en tableau permettant de résoudre facilement des problèmes simples.

2 - Statistique

En seconde, les élèves ont abordé les notions de fluctuation d'échantillonnage et de simulation. On va maintenant définir de nouveaux paramètres à associer à une série de données numériques ; pour l'interprétation des valeurs de ces paramètres, on gardera à l'esprit qu'ils fluctuent d'une série de données à une autre.

L'objectif de ce chapitre est :

- de familiariser les élèves avec des questions de nature statistique ;
- de montrer, à travers la notion de phénomènes gaussiens, la nature de l'information prévisionnelle apportée par un écart-type ;
- d'étudier des tableaux de pourcentages.

CONTENUS	COMMENTAIRES
Diagrammes en boîtes Intervalle inter-quartile Définition de l'intervalle interquartile. Construction de diagrammes en boîtes (aussi appelés <i>boîtes à moustaches</i> ou <i>boîtes à pattes</i>).	On étudiera des données recueillies par les élèves, tout en choisissant des situations permettant de limiter le temps de recueil de ces données. À cette occasion, on s'attachera à : <ul style="list-style-type: none"> - définir une problématique ou une question précise motivant un recueil de données expérimentales ; - définir les données à recueillir, leur codage et les traitements statistiques qu'on appliquera pour avoir des éléments de réponses à la question posée ; - élaborer un protocole de recueil et aborder les problèmes que cela pose. Proposition d'exemples : battements cardiaques, estimation de longueurs, durée des repas du soir, nombre et durée de conversations téléphoniques, temps de passage en caisse dans une grande surface, etc.

CONTENUS	COMMENTAIRES
<p>Variance, écart-type</p> <p>Introduction de l'écart-type pour des données gaussiennes.</p> <p>Définition de la plage de normalité pour un niveau de confiance donné.</p>	<p>L'objectif est ici de rendre les élèves capables de comprendre l'information apportée par la valeur de l'écart-type lors de mesures issues de la biologie ou du contrôle industriel.</p> <p>On pourra prendre comme exemple de référence l'étude des courbes de taille et/ou de poids dans les carnets de santé des enfants, en se limitant éventuellement à des âges inférieurs à quatre ou six ans.</p> <p>On se limitera ici aux exemples de résultats fournis par les laboratoires biologiques lors de certains examens.</p> <p>Pour l'interprétation, lorsque le niveau de confiance est 0,95, on notera que le choix de ce dernier résulte d'un consensus pour avoir des formules simples et implique qu'environ une personne sur vingt sorte de cette plage.</p>
<p>Tableaux croisés</p> <p>Analyse d'un tableau de grands effectifs ; Construction et interprétation :</p> <ul style="list-style-type: none"> - des marges ; - du tableau des pourcentages en divisant chaque cellule par la somme de toutes les cellules ; - du tableau des pourcentages par ligne en divisant chaque cellule par la somme des cellules de la même ligne ; - du tableau des pourcentages par colonne en divisant chaque cellule par la somme des cellules de la même colonne. 	<p>On ne parlera pas des tableaux théoriques ou dits de proportionnalité ; les commentaires sur les pourcentages des lignes (resp. des colonnes) se feront simplement à partir des distributions de fréquences associées aux marges horizontales (resp. verticales).</p> <p>On pourra prendre comme exemple de référence l'étude de résultats d'élection (classification selon les régions ou les classes d'âge des votes à une élection où plusieurs candidats sont en présence).</p>

3 - Exemple de types de croissance

On accordera ici une place importante aux séries chronologiques. Par ailleurs, ce paragraphe sera l'occasion pour l'enseignant de préciser dans quel contexte historique ou culturel ont pu apparaître certaines notions.

En fin d'étude, l'enseignant proposera la lecture critique de documents commentant la croissance de certains phénomènes.

CONTENUS	COMMENTAIRES
<p>Suites arithmétiques ; croissance linéaire</p> <p>Exemples de suites ayant un accroissement constant ; calcul du n-ième terme. Calcul sur tableur des n premiers termes d'une telle suite et représentation graphique correspondante. Pour une suite finie de nombres, reconnaissance à partir de sa représentation graphique de sa nature arithmétique.</p>	<p>L'enseignant privilégiera l'une des deux notations $u(n)$ ou u_n pour le terme d'indice n d'une suite ; les élèves devront avoir rencontré les deux.</p>
<p>Suites géométriques ; croissance exponentielle</p> <p>Exemples de suites ayant un accroissement relatif constant ; calcul du n-ième terme. Calcul sur tableur des n premiers termes d'une telle suite ; représentation graphique correspondante ; comparaison avec le cas d'une croissance linéaire.</p>	<p>On pourra prendre comme exemple de référence l'étude de l'accroissement (ou diminution) d'une population ou l'évolution d'un capital placé à intérêts composés.</p>
<p>Autres exemples de croissance</p>	<p>On montrera qu'il existe d'autres types de croissances. On pourra prendre comme exemple le cas de suites ayant des différences secondes constantes, que l'on pourra illustrer historiquement par les travaux de Galilée, mettre en œuvre sur un tableur et représenter graphiquement.</p>

4 - Activités d'ouverture

Cette dernière partie propose, en dehors du champ d'évaluation de l'épreuve anticipée de mathématiques du baccalauréat, des activités complémentaires. L'une au moins de ces activités d'ouverture sera proposée à la classe entière ou à une partie seulement lors de séances en demi-classe.

CONTENUS	COMMENTAIRES
Figure géométrique obtenue par itération.	On pourra prendre comme exemple de référence le flocon de Von Koch, choisi ici en raison de son intérêt tant épistémologique (il ouvre sur le concept d'infini), qu'algébrique (formalisation du passage d'une étape à la suivante et lien avec les suites) ou culturel et esthétique.
Analyse et production de pavages du plan.	Cette activité reprend et complète l'un des thèmes proposés dans le programme de seconde.



érie littéraire (L) - enseignement obligatoire au choix

■ Arrêté du 6 juillet 2004

BO hors série n° 5 du 9 septembre 2004 - Volume 15

Introduction

Ce programme, articulé à la fois avec le programme de la classe de seconde générale et avec celui de l'enseignement obligatoire de mathématiques-informatique de la classe de première Littéraire, a été conçu comme faisant partie d'un tout portant sur l'ensemble du cycle terminal. Le volume global des contenus tient compte du temps nécessaire pour que les élèves puissent mener une réflexion suffisamment approfondie et s'approprier les contenus et les méthodes du programme.

Les finalités de cette formation

Les élèves issus de la série Littéraire ayant choisi cette spécialité sont appelés à suivre des cursus variés, non seulement en lettres, en langues et en arts, mais aussi en sciences humaines et en sciences sociales, ou encore vers les carrières de l'enseignement. Ils doivent éventuellement pouvoir s'adapter à différents niveaux d'exigence pour ce qui concerne les mathématiques.

Quatre dimensions, non exclusives les unes des autres, ont été principalement prises en compte dans l'élaboration de ce programme : personnelle, sociale, professionnelle et culturelle.

- *dimension personnelle* : la connaissance des règles élémentaires du raisonnement déductif, forme particulière d'argumentation qui intervient dans les démonstrations mathématiques, peut permettre de repérer ce qui le distingue d'autres types de raisonnement et de déceler les limites, voire de repérer les failles d'une argumentation.

- *dimension sociale* : la vie dans un pays démocratique qui bénéficie d'un environnement technologique évolué nécessite que l'individu sache analyser et lire de façon critique l'information chiffrée transmise par les médias, afin d'être à même de porter un jugement éclairé sur les débats de société.

- *dimension professionnelle* : les divers champs des mathématiques tiennent de plus en plus de place dans le secteur professionnel, non seulement dans les professions scientifiques, mais aussi dans celles qui relèvent des sciences humaines et des sciences sociales ; en particulier, les modèles mathématiques et la simulation y sont devenus des outils courants d'analyse et de prévision.

- *dimension culturelle* : quoique faisant partie du patrimoine de l'humanité, il s'avère que la culture scientifique n'a pas actuellement la place qui lui revient dans la culture générale. Pour ce qui concerne les mathématiques, elles ont d'une part une histoire qui est liée à l'évolution des civilisations qui les ont engendrées et qui se continue encore aujourd'hui, et d'autre part des liens avec d'autres champs d'étude importants pour les élèves de cette série, comme la littérature, les arts, la philosophie.

Libellé du programme

Le programme se présente selon trois entrées, classiquement proposées en trois colonnes : les *contenus* à aborder, bien sûr, mais aussi des précisions sur les *modalités* préconisées pour aborder certains contenus, ainsi que des *commentaires* de

nature variée. Le professeur a bien sûr toute liberté pour choisir l'ordre d'exposition des différentes parties du programme.

Répartition

A titre indicatif, on peut prévoir de consacrer 25% du temps à l'arithmétique, 35% à l'analyse, 15% aux probabilités et statistique, 25% à la géométrie.

1. Les contenus disciplinaires

Ils se regroupent selon les deux grands domaines que sont le nombre et l'espace. En outre, ils ont été volontairement limités, afin de permettre l'approfondissement des problématiques et des notions abordées.

Dans le domaine numérique

La partie consacrée à l'arithmétique concerne les entiers naturels et les questions de nature variée qui leur sont associées, en liaison avec l'histoire de leur développement. Cette exploration de la notion de nombre se poursuivra en classe terminale. Le programme d'analyse présente de nouveaux outils qui viennent compléter les moyens d'étude des fonctions, amorcés au collège et poursuivis en classe de seconde. Il s'agit de donner aux élèves une familiarisation minimale, indispensable avec la modélisation de certains phénomènes par une fonction, dont ils pourront rencontrer l'étude dans des cursus ultérieurs.

Une autre partie (statistique et probabilités) pose les bases indispensables à une vision spécifique de certaines situations, tout en permettant aux élèves de rencontrer des controverses - pour certaines historiques - à propos de la validité des modèles mis en œuvre.

Dans le domaine de l'espace

La problématique de sa représentation en fonction des finalités visées, artistiques ou techniques, conduit d'une part à enrichir les connaissances géométriques, dans l'espace mais aussi dans le plan, et d'autre part à aborder des questions de nature culturelle et artistique.

2. Deux domaines transversaux : logique et algorithmique

Enfin, deux domaines transversaux viennent irriguer l'ensemble du programme : il s'agit de la logique et de l'algorithmique, qui trouvent toutes deux des terrains d'application pertinents dans plusieurs des contenus abordés. Ils ne feront pas l'objet d'un exposé théorique isolé.

Pour ce qui concerne la logique

L'arithmétique semble un domaine privilégié pour travailler le raisonnement, car les notions de base qu'on y rencontre sont depuis longtemps familières aux élèves et ne nécessitent que peu de connaissances techniques.

Il a été choisi de faire le point sur les connaissances de base d'arithmétique et de les compléter, à travers la recherche de problèmes simples. L'entrée par les problèmes - par exemple du type " Trouver des entiers tels que... ; trouver tous les entiers tels que... " - permet aux élèves d'observer des régularités, de produire des conjectures, d'en affiner les formulations, de les comparer, de trouver éventuellement des contre-exemples pour les réfuter, etc. Ce travail devrait permettre de faire dégager *en situation* le domaine de validité de certaines phrases a priori " ouvertes " pour eux, de faire distinguer les notions de condition nécessaire et de condition suffisante et de poser comme question centrale celle de la vérité ou non de propositions générales, comportant si nécessaire de façon explicite des quantifications existentielles et universelles et des connecteurs (" et ", " ou ", négation).

L'arithmétique n'est évidemment pas le seul domaine où la mise en œuvre de la logique mathématique peut s'avérer utile et pertinente ; les autres domaines abordés dans le programme participent aussi à cette construction. Chaque fois qu'un travail

de ce type semble possible, cela est signalé dans la colonne *Modalités* ou, le cas échéant, dans la colonne *Commentaires*.

Des compétences élémentaires de logique sont visées par ce travail transversal *sur les deux années* de cette formation. Les élèves devront être capables de les utiliser *dans un champ de connaissances qui leur est suffisamment familier*. Ce travail d'appropriation de quelques règles de logique ne peut se faire que progressivement, par petites touches, et de façon non dogmatique.

Pour ce qui concerne les activités algorithmiques

Elles apportent un éclairage pratique par l'étude de problèmes liés à la réalisation effective des opérations mathématiques.

Les objectifs du programme dans ce domaine sont :

- d'attirer l'attention des élèves sur la différence entre la résolution abstraite d'un problème et la succession des opérations permettant de *produire* un objet mathématique qui en est solution ;

de soulever la question de l'*efficacité* des algorithmes rencontrés, en terme de nombre d'opérations élémentaires nécessaires. L'algorithme est ici considéré comme un outil dont on s'attache à découvrir les propriétés, sans toutefois développer une théorie, même très élémentaire, de la complexité ou de la rapidité.

Arithmétique

Le programme d'arithmétique a une double ambition :

- donner aux élèves de solides connaissances sur les nombres entiers.
- confronter les élèves à différents types de raisonnements mathématiques dont l'appropriation progressive permet d'espérer un réinvestissement (ou une comparaison) dans les types d'argumentation utilisés dans d'autres domaines comme la philosophie, les sciences humaines, etc.

Il est centré d'une part sur l'écriture des nombres entiers dans différents systèmes de numération, et d'autre part sur la factorisation des nombres entiers en nombres premiers.

L'étude de différents systèmes de numération historiques et actuels se révèle fructueuse tant sur le plan de l'histoire des cultures que sur le plan mathématique. Cette étude permet de revenir sur la distinction entre un objet et sa désignation (ici, nombre et écriture chiffrée), sur la distinction entre les propriétés intrinsèques des entiers naturels et celles liées aux systèmes de numération (ici divisibilité et critères de divisibilité). Elle permet un retour réflexif sur les mécanismes sous-jacents aux techniques opératoires, dont l'aspect algorithmique doit être mis en valeur. Les algorithmes apparaissant dans le programme seront, chaque fois que cela sera possible, programmés sur un tableur ou sur une calculatrice.

L'arithmétique est un domaine où les connaissances de base sont suffisamment restreintes pour permettre de proposer aux élèves des problèmes de type " ouvert ". Une telle recherche, même modeste, permet de découvrir et de construire en situation quelques connaissances de logique qui garantissent la validité d'un raisonnement mathématique. Cet objectif de formation sera poursuivi en terminale.

CONTENUS	MODALITÉS	COMMENTAIRES
<p>Ecriture des entiers naturels Eclairage historique.</p> <p>Ecriture des entiers naturels dans le système décimal de position et dans des bases autres que dix.</p> <p>Justification des critères de divisibilité par 2, 3, 4, 5 et 9 en base dix.</p>	<p>Il s'agit de :</p> <ul style="list-style-type: none"> - présenter un système de numération additive (par exemple : numération égyptienne, romaine, grecque) ; - comparer ses propriétés avec celles de notre numération écrite ; - montrer aux élèves que la création du système décimal de position a été longue et que l'invention du zéro en a constitué une étape décisive. <p>Il s'agit, sur <i>des exemples</i>, d'écrire un nombre donné en base dix dans une autre base et inversement, et d'effectuer une addition dans une base autre que dix.</p>	<p>Cette présentation permet aux élèves de comprendre les règles qui président à l'écriture de ces nombres et de différencier nombre et chiffre ; elle devra se cantonner à un niveau modeste : il s'agit uniquement d'en aborder les principes. Le fait de présenter des algorithmes de calcul dans l'un de ces systèmes permet de montrer les limites de tels systèmes de numération et justifie l'utilisation des abaques ou bouliers.</p> <p>L'algorithme permettant d'obtenir l'écriture du nombre d'éléments d'une collection dans une base donnée doit être explicite. Exemples : base deux, base seize (code ASCII).</p> <p>C'est l'occasion de faire remarquer aux élèves, <i>sur un ou deux exemples</i>, que ces critères sont dépendants de la base de numération.</p>
<p>Entiers naturels et nombres premiers Résolution de problèmes simples.</p> <p>Démonstration du théorème : "L'ensemble des nombres premiers est infini".</p> <p>Diviseurs d'un entier naturel, diviseurs communs à des entiers naturels.</p> <p>L'ensemble des diviseurs communs à plusieurs entiers est l'ensemble des diviseurs de leur pgcd.</p>	<p>Il s'agit de faire en sorte qu'au cours de situations de recherche, les élèves :</p> <ul style="list-style-type: none"> - d'une part, mobilisent leurs connaissances antérieures d'arithmétique (multiples, diviseurs, nombres premiers, décomposition en produit de facteurs premiers, pgcd...) - d'autre part, soient amenés à identifier une proposition, une quantification (explicite ou implicite), à se prononcer sur la véracité d'une proposition, à imaginer un contre-exemple et à produire eux-mêmes des propositions dans le contexte du problème étudié. <p>Ecrire tous les diviseurs d'un nombre entier et les dénombrer, notamment à partir de sa décomposition en nombres premiers. Trouver le nombre et l'ensemble des diviseurs communs à deux nombres entiers.</p> <p>La méthode empirique (par intersection, en lien avec le connecteur " et ") conduit à conjecturer, puis à démontrer, le théorème, ce qui permet ensuite d'utiliser celui-ci.</p>	<p>C'est l'occasion d'une part de faire le point sur les connaissances enseignées au collège et en seconde, d'autre part d'améliorer les compétences des élèves en argumentation mathématique et en analyse de raisonnement. On justifiera sur des exemples le principe de l'algorithme d'Euclide pour la recherche du pgcd, et on en réalisera la programmation sur calculatrice ou tableur.</p> <p>C'est un exemple de démonstration par l'absurde.</p> <p>La construction d'un arbre de tous les diviseurs d'un entier est importante pour son lien avec les problèmes de dénombrement. Son principe peut être étendu, à partir de cas simples, à des cas où le nombre à traiter est " grand ", c'est-à-dire qu'il ne permet pas la réalisation complète du schéma.</p>

Analyse

On gardera dans toute cette partie du programme l'état d'esprit recommandé en classe de seconde : comprendre et maîtriser les notions au programme en exploitant conjointement les aspects graphique, numérique et algébrique.

Le programme d'analyse élargit l'ensemble des fonctions que l'on peut manipuler en ajoutant à l'ensemble des fonctions de référence mobilisables les fonctions cube et racine carrée et en ouvrant le champ des connaissances au concept de dérivation. D'autre part, en ce qui concerne l'étude des fonctions, la maîtrise de quelques transformations algébriques permet de prouver certaines conjectures établies à l'aide de l'outil graphique du programme de mathématiques-informatique.

L'objectif fixé par ce programme est d'entraîner les élèves à modéliser une situation à l'aide d'une fonction, en vue de résoudre un problème, et à mobiliser leurs connaissances d'analyse pour apporter des réponses à ce problème. Les techniques d'étude de fonctions doivent être présentées et acquises dans cet objectif.

Certaines situations pourront être présentées assez tôt (par exemple pour faire constater l'insuffisance des outils disponibles) et être exploitées au fur et à mesure du déroulement du programme.

Il s'agit aussi de saisir des occasions de développer chez les élèves des capacités dans le domaine de l'argumentation mathématique, de l'analyse de raisonnement et de l'algorithmique.

CONTENUS	MODALITÉS	COMMENTAIRES
Exemples de problèmes mettant en jeu des fonctions simples.	Traduire un problème en une question portant sur une fonction : Quelle est l'image du nombre réel a ? Quelles sont les solutions de l'équation $f(x) = k$? de l'inéquation $f(x) > k$ ou $f(x) < k$? La fonction a-t-elle un extremum À partir des courbes représentatives des fonctions f et g : chercher pour quelles valeurs de x on a $f(x) > g(x)$, tracer l'allure de la courbe représentative de $f + g$, de celle de $f - g$. Conjecturer à partir de l'observation d'une représentation graphique obtenue à l'aide d'une calculatrice graphique ou d'un logiciel. Apporter des réponses dans certains cas simples.	Il ne s'agit pas d'effectuer de simples révisions, mais de mettre en œuvre les connaissances de seconde dans la résolution de problèmes. Les fonctions sont à choisir parmi les fonctions polynômes de degré au plus 3, ou les fonctions rationnelles du type $x \mapsto \frac{ax+b}{cx+d}$. Le cas échéant, mettre en évidence l'insuffisance des outils disponibles.
Outils pour étudier les fonctions. - Conservation de l'ordre par les fonctions cube et racine carrée. - Transformation algébrique.	Il s'agit d'apprendre aux élèves, <i>sur des exemples numériques simples</i> , à mettre, en s'aidant éventuellement de l'observation des courbes : - l'expression $ax^2 + bx + c$ sous la forme $a(x - \alpha)^2 + \beta$; - l'expression $\frac{ax+b}{cx+d}$ sous la forme $\alpha + \frac{\beta}{cx+d}$.	Dans le programme de mathématiques-informatique, seul l'aspect graphique est abordé. L'objectif est de permettre aux élèves d'étudier les variations d'une fonction. Si nécessaire, des indications sont données pour réaliser une telle transformation.
Dérivation Taux d'accroissement d'une fonction sur un intervalle. a) Point de vue local Nombre dérivé d'une fonction en un réel; définition comme limite du taux d'accroissement $\frac{f(a+h) - f(a)}{h}$ lorsque h tend vers 0.	Il s'agit de quantifier la variation d'une fonction sur un intervalle donné. Une approche expérimentale est à privilégier (utilisation d'un tableur, d'un traceur de courbe...) Des éclairages différents du nombre dérivé sont à donner durant l'année : - approximation affine ; - géométrique ; - cinématique.	<i>Sur des exemples</i> , on s'intéressera à la signification de ce taux (vitesse moyenne, coefficient directeur...), ainsi qu'à son évolution lorsque l'amplitude de l'intervalle devient de plus en plus petite. La définition formelle de la notion de limite n'est pas au programme. Le vocabulaire et la notation relatifs aux limites seront introduits à cette occasion, mais <i>uniquement sur des exemples</i> . Tangente à la courbe représentative. Vitesse instantanée d'un mobile animé d'un mouvement rectiligne.

CONTENUS	MODALITÉS	COMMENTAIRES
Application : justification de l'approximation linéaire dans le cas de faibles pourcentages.	Illustrer ceci à l'aide de la représentation graphique des fonctions $x \mapsto (1+x)^2$ et $x \mapsto (1+x)^3$ et de leur tangente au point d'abscisse 0.	Le lien sera fait avec le programme de mathématiques-informatique et l'approximation affine.
<p>b) Point de vue global Fonction dérivée. Fonctions dérivées des fonctions de référence $x \mapsto x^2, x \mapsto x^3, x \mapsto \frac{1}{x}, x \mapsto \sqrt{x}$.</p> <p>Fonction dérivée d'une somme, d'un produit, d'un quotient.</p> <p>Lien entre le signe de la dérivée et le sens de variation d'une fonction <i>sur un intervalle</i>.</p> <p>Résolution de problèmes à supports variés grâce à la détermination et à l'étude d'une fonction.</p>	<p>Calculer la fonction dérivée de fonctions polynômes de degré au plus 3 et de fonctions rationnelles.</p> <p>Il sera éclairé par la mise en évidence du lien entre le signe du coefficient directeur de la tangente et le sens de variation de la fonction sur un intervalle.</p> <p>Il s'agit : - d'exploiter les variations d'une fonction pour prouver l'existence d'un minimum ou d'un maximum sur un intervalle ; - d'exploiter la monotonie d'une fonction pour déduire l'existence et l'unicité de la solution à une équation du type $f(x) = k$ et de mettre en œuvre, à l'aide d'un algorithme, une méthode (dichotomie, balayage à pas fixé) permettant d'obtenir une valeur approchée d'une telle solution.</p>	<p>On ne s'interdira pas de proposer des situations faisant intervenir la dérivée d'un autre type de fonction ; dans ce cas cette dérivée sera fournie.</p> <p>Les difficultés liées au passage à la stricte monotonie ne seront pas soulevées.</p> <p>Les problèmes abordés seront issus de situations simples, cinématiques (mouvement d'un point sur un axe gradué), géométriques (aire d'un rectangle de périmètre donné en fonction d'une dimension, remplissage d'un récipient), économiques (coût, bénéfice, coût moyen, offre et demande).</p> <p>La lecture du tableau de variations suffit le plus souvent pour répondre aux questions liées à la résolution du problème ; on ne soulèvera pas de difficultés à ce sujet. L'étude des comportements asymptotiques n'est pas un objectif du programme.</p>

Statistique et probabilités

En classe de seconde et dans l'enseignement obligatoire de la classe de première L, les élèves ont rencontré des séries statistiques variées ; en particulier, la répétition d'une même expérience aléatoire fournit la série des éventualités successivement observées. Dans ce programme, il s'agit de passer d'une telle étude expérimentale à la modélisation probabiliste de l'expérience et à sa simulation. Le phénomène de stabilisation des fréquences des diverses éventualités, lorsque le nombre d'épreuves augmente, conduit à postuler l'existence d'un modèle probabiliste, caractérisé par une loi de probabilité. Cette loi pourra, suivant les cas, découler d'une hypothèse d'équiprobabilité ou être expérimentalement choisie à partir de la distribution des fréquences stabilisées, de manière aussi précise que l'on veut (loi des grands nombres). Plus précisément, la répétition d'une expérience aléatoire simple dont les éventualités peuvent être déclarées a priori comme équiprobables (jeux de hasard bien connus des élèves comme les lancers d'une pièce équilibrée ou d'un dé non pipé...) fera apparaître des distributions de fréquences de plus en plus proches de la loi équiprobable théorique. Dans un second temps, on pourra proposer aux élèves des modèles d'un autre type pour d'autres expériences aléatoires ne relevant pas de l'équiprobabilité. En retour, la simulation informatique de tels modèles permettra de les confronter aux résultats observés expérimentalement.

CONTENUS	MODALITÉS	COMMENTAIRES
<p>Notion d'expérience aléatoire. Ensemble des éventualités et vocabulaire des événements.</p> <p>Loi de probabilité sur un ensemble fini. Probabilité d'un événement, de l'événement contraire.</p> <p>Relation entre les probabilités de deux événements, de leur réunion et de leur intersection.</p> <p>L'équiprobabilité : une hypothèse parmi d'autres pour proposer un modèle. Modèles issus d'une observation expérimentale.</p>	<p>Proposer un modèle pertinent pour une expérience aléatoire donnée. On se limitera au cas des ensembles finis d'éventualités.</p> <p>Concevoir et réaliser une simulation d'une expérience aléatoire simple.</p>	<p>Le lien entre loi de probabilité et distribution des fréquences est éclairé par un énoncé vulgarisé de la loi des grands nombres, qui peut être : " Pour une expérience aléatoire donnée, dans le modèle défini par une loi de probabilité P, les distributions des fréquences obtenues sur des séries de taille n sont proches de P quand n est grand ". Les propriétés additives des probabilités correspondent à celles des fréquences.</p> <p>On veillera à étudier des situations où l'on ne se ramène pas nécessairement à l'équiprobabilité, ou pour lesquels on peut a priori proposer plusieurs modèles. Le recours à des simulations pourra permettre de les comparer.</p>

Géométrie

Le programme se limite à la géométrie de l'espace, abordée sous l'angle de la représentation graphique. Même si d'autres thèmes tout aussi intéressants auraient également pu être abordés, le choix a été fait de se concentrer sur un seul thème, permettant d'accroître notablement la familiarité des élèves avec les objets de l'espace. Des images mentales structurées des positions relatives de droites et de plans les aideront considérablement, le cas échéant, à se représenter les opérations effectuées - dans des espaces de dimension supérieure - en analyse des données. En outre, la perspective parallèle est un mode de représentation fort utilisé en mathématiques et ailleurs (architecture, industrie...). De plus, son étude prépare celle de la perspective centrale, qui sera vue en classe terminale. Les élèves disposeront alors de fondements importants pour une approche des arts, la perspective parallèle étant un élément essentiel des arts graphiques traditionnels de la Chine et du Japon tandis que la perspective centrale a régi ceux de l'Occident pendant plusieurs siècles. On voit ici les ouvertures possibles pour des travaux personnels encadrés.

La perspective parallèle est présentée comme une modélisation géométrique (la projection sur un plan) d'un phénomène physique (l'ombre au soleil). Elle permet de réinvestir, et ainsi d'homogénéiser, les connaissances des élèves, tant en géométrie du plan qu'en géométrie de l'espace ; en effet, la résolution d'un problème spatial conduit à se placer à certains moments dans des plans particuliers, et de ce fait à réinvestir des connaissances relatives à la géométrie plane.

Les situations proposées seront essentiellement *des problèmes de construction* s'appuyant sur les propriétés de la projection, qui seront présentés comme des problèmes de dessin ; les élèves auront à justifier leurs constructions dans des cas non triviaux. On insistera sur le fait qu'il existe souvent différents chemins pour aboutir à un même résultat, permettant, par là même, de contrôler les constructions.

CONTENUS	MODALITÉS	COMMENTAIRES
<p>Perspective parallèle</p> <p>Projection sur un plan parallèlement à une droite.</p> <p>Propriétés conservées ou non par cette projection.</p> <p>Image d'un quadrillage. Image d'un cube; cas particulier de la perspective cavalière.</p> <p>Application au dessin des principaux polyèdres (cube, prisme, pyramide).</p> <p>Construction de la section d'un polyèdre simple (cube, prisme, pyramide) par un plan.</p>	<p>Étude préliminaire des propriétés de l'ombre au soleil portée sur un plan. Le phénomène est ensuite modélisé par la projection.</p> <p>Conservation du milieu (et plus généralement du rapport de colinéarité) et donc du parallélisme ; "vraie grandeur" dans les plans frontaux (c'est-à-dire parallèles au plan de projection) ; non conservation de l'orthogonalité.</p> <p>Résoudre des problèmes de dessin en s'appuyant sur les propriétés de la perspective.</p> <p>Utiliser les théorèmes vus en classe de seconde (positions relatives et orthogonalité de droites et de plans).</p> <p>Utiliser en particulier le théorème " du toit ", qui peut s'énoncer sous la forme suivante : " Si trois plans sont sécants deux à deux, alors les trois droites d'intersection sont parallèles ou concourantes ". Choisir un plan permettant de représenter et travailler " en vraie grandeur " pour utiliser les connaissances de géométrie plane.</p>	<p>Il s'agit d'expérimenter réellement en observant, puis d'élaborer un modèle géométrique : la perspective parallèle n'est autre que la projection sur un plan parallèlement à une droite. Ces propriétés apparaissent comme des propriétés géométriques, et non comme de simples conventions de dessin.</p> <p>La perspective cavalière d'un cube est une projection parallèle oblique sur le plan d'une face du cube.</p> <p>On se limitera à quelques exemples. Ce sera l'occasion de faire le point sur les connaissances des élèves sur la géométrie de l'espace et du plan, en travaillant conjointement sur des :- maquettes- dessins dans des plans- logiciels de géométrie.</p> <p>La démonstration, ou non, de ce théorème est laissée à l'appréciation du professeur.</p>

Argumentation mathématique

Analyse de raisonnement

L'option mathématique s'adresse à des élèves qui, dans leurs études ultérieures et/ou leur vie professionnelle, devront être capables de comprendre et de produire des argumentations ou des raisonnements mathématiques, dans des domaines variés. Ce paragraphe ne doit pas faire l'objet d'un exposé théorique isolé.

Ces notions sont à travailler progressivement et à mobiliser dans toutes les parties du programme sur l'ensemble du cycle terminal.

Les élèves seront entraînés, *sur des exemples* :

- à utiliser correctement les connecteurs logiques " et " et " ou ", et à distinguer leur sens des différents sens du " et " et du " ou " en langage usuel ;
- à repérer les quantifications implicites dans certaines propositions, et particulièrement dans les propositions conditionnelles ;
- à distinguer une proposition conditionnelle de sa réciproque ;
- à utiliser à bon escient les expressions " condition nécessaire " et " condition suffisante " ;
- à formuler la négation d'une proposition au sens de la logique mathématique et à utiliser un contre-exemple ;
- à reconnaître et utiliser des types de preuves spécifiques comme le recours à la contraposée, le raisonnement par disjonction de cas, le raisonnement par l'absurde, le raisonnement par récurrence.

Activités algorithmiques

Le programme donne aux élèves diverses occasions de rencontrer des algorithmes. Ce paragraphe ne doit pas faire l'objet d'un exposé théorique isolé. Ces notions sont à travailler progressivement et à mobiliser dans toutes les parties du programme sur l'ensemble du cycle terminal.

Les élèves seront entraînés :

- à décrire des algorithmes en français ;
- à en réaliser quelques-uns parmi les plus simples, à l'aide d'un tableur ou d'une calculatrice (ce qui permettra de les contrôler) ;
- à interpréter des algorithmes plus complexes (c'est-à-dire à identifier ce qu'ils " produisent ").

Compétences attendues des élèves :

- identifier le résultat mathématique sur lequel s'appuie l'algorithme ;
- savoir se restreindre à n'utiliser que les opérations autorisées ;
- déclarer un format d'entrée, un format de sortie, une boucle, un test logique.

L'utilisation des fonctions logiques du tableur est l'occasion de compléter le travail fait dans le domaine de la logique. On évoquera les problèmes de vitesse et de pertinence des réponses, rencontrés notamment avec les algorithmes très complexes utilisés par les moteurs de recherche sur Internet.

Série scientifique (S)

■ Arrêté du 9 août 2000

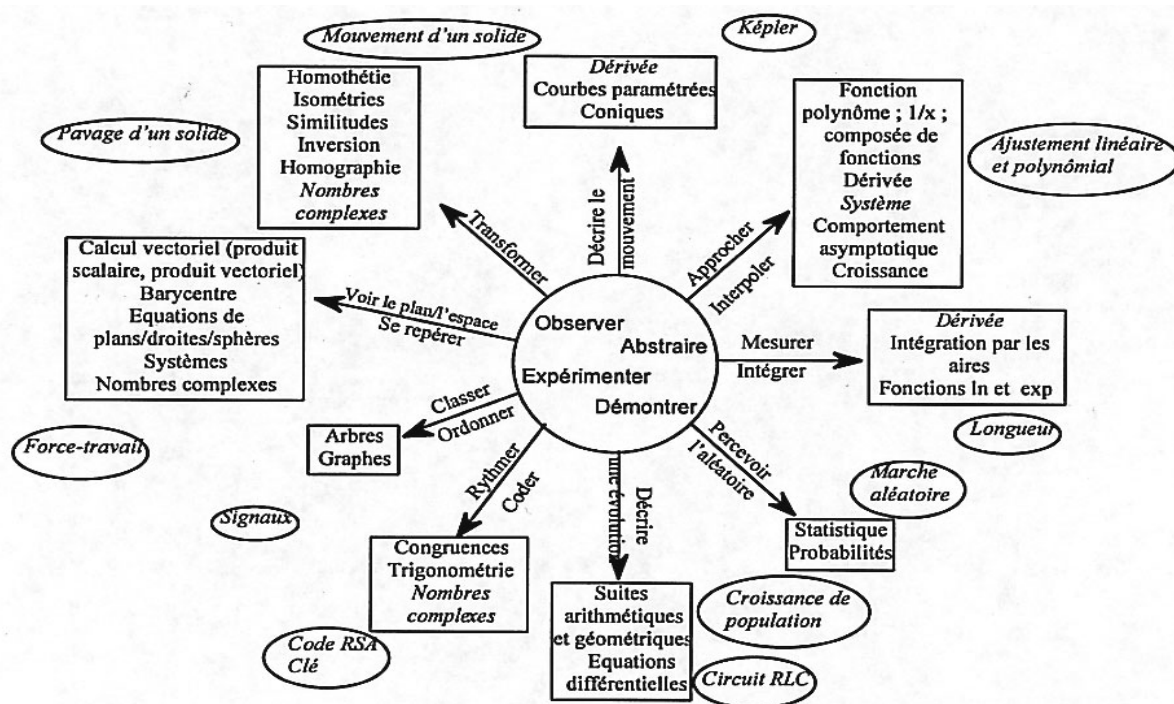
BO hors série n° 7 du 31 août 2000 - Volume 5.

1 - Généralités à propos d'une formation scientifique en classes de première et terminale S

Pour concevoir un programme de mathématiques dans le cadre d'une formation scientifique pour les élèves de première et terminale S, il convient :

- de prendre en compte la diversité des mathématiques actuelles ;
- de rappeler les éléments fondamentaux propres à toute démarche mathématique et, de ce fait, incontournables dans tout projet de formation mathématique.

Le schéma suivant illustre ce propos ; il permet par ailleurs de situer les choix de contenus définis au paragraphe 5.



• Le noyau central du schéma résume, en quatre composantes essentielles, la spécificité de toute pratique mathématique : observation, abstraction, expérimentation, démonstration. Ces quatre composantes entretiennent entre elles des rapports dialectiques, l'une appelant l'autre ou s'appuyant sur elle, au gré du travail mathématique réalisé.

Dans tous les domaines, l'observation est un processus dynamique suscité par une problématique propre à la discipline ; elle conduit à des questions et éclaire ainsi l'origine et le développement de certaines idées. L'observation ne peut être pratiquée sans disposer d'un bagage théorique ; elle est d'autant plus riche que les connaissances de l'observateur sont importantes et organisées en un système cohérent.

L'observation active demande de l'expérience et concourt en retour à la forger.

L'abstraction est au cœur de l'activité mathématique et connaît plusieurs niveaux ; il importe que les élèves expérimentent la force et le pouvoir de chaque niveau qu'ils abordent. L'abstraction ouvre la possibilité d'évoluer dans de nouveaux mondes où des questions issues d'une réalité complexe peuvent être formulées simplement et admettent des réponses qui, en retour, rendent cette réalité plus intelligible et partiellement prévisible. Accéder à ces nouveaux mondes et y évoluer est difficile et demande du temps ; de plus, l'aisance à un certain niveau d'abstraction nécessite d'avoir entrevu et fait quelques pas à des niveaux supérieurs. Néanmoins, cela représente une aventure que l'on se doit de proposer à des adolescents et à laquelle ils peuvent trouver du plaisir. Un programme ne constitue pas en lui-même une méthode d'accès à divers niveaux d'abstraction ; c'est à l'enseignant qu'incombe la tâche de rendre possible les processus d'abstraction à partir des éléments du programme. Comme le précédent, le programme actuel repose sur une stratégie éducative où l'on va de la construction d'objets mentaux vers des concepts mathématiques. Pour tous les élèves, et en particulier ceux qui ne deviendront pas des professionnels des mathématiques, cette construction des objets mentaux est capitale ; mais elle l'est aussi pour les futurs scientifiques, qu'elle munit des références préalables indispensables à toute présentation des théories qui unifient et généralisent.

L'expérimentation prend place à presque tous les niveaux de l'activité mathématique. Elle englobe toutes les procédures visant à traiter des cas particuliers d'une question trop difficile pour être abordée directement ; elle permet notamment :

- de trouver d'éventuels contre-exemples ;
- de comprendre comment la question se résout dans des cas particuliers et en quoi les arguments valables se généralisent ou non ;
- de faire des conjectures sur des questions voisines.

La démonstration est constitutive de l'activité mathématique et les élèves doivent en prendre conscience. Faire en sorte que les élèves puissent concevoir des démonstrations dans leur globalité, puis en détailler les différentes étapes, a toujours été et reste un objectif essentiel de tout enseignement des mathématiques en France.

Le monde mathématique de chaque élève s'élabore en grande partie à travers une pratique permanente de calculs, d'argumentations, de petits raisonnements et de démonstrations. Le niveau de rigueur exigible pour une démonstration dépend de l'expérience de l'élève dans le domaine où cette démonstration se situe : ainsi, pour la géométrie, pratiquée depuis l'école primaire, on peut prétendre exiger dès la classe de seconde un niveau de démonstration académique ; en analyse, par contre, la plupart des objets manipulés ne sont pas définis formellement à ce niveau d'études, et les élèves ne peuvent pas aboutir à des démonstrations parfaitement achevées : la nature et le niveau des rédactions exigibles ne peuvent pas être les mêmes. Il conviendra donc, à ce niveau d'étude, en particulier en analyse, d'accepter des argumentations conçues et exposées à l'aide de schémas (même si les élèves ne peuvent pas à ce stade les traduire en un texte linéaire). On gardera néanmoins l'état d'esprit déjà évoqué dans les programmes de collège et de seconde : repérer clairement le statut des divers énoncés en jeu (définition, axiome, théorème démontré, théorème admis, etc.). La déduction usuelle (par implication ou équivalence) et la manipulation du contre-exemple ont été travaillées en seconde ; des problèmes bien choisis permettront d'aborder en première le raisonnement par contraposition, par l'absurde ou par disjonction des cas ; le raisonnement par récurrence relève de la classe de terminale.

La démonstration doit garder un caractère vivant et personnel et il convient d'éviter qu'elle n'apparaisse comme une activité relevant d'un protocole trop rigide. Chaque année, les assertions qui doivent être justifiées dans le cadre d'une pratique de la démonstration changent : il est difficile pour les élèves de cerner, parmi les éléments qui devaient être justifiés les années précédentes, ceux qui deviennent des évidences, pour lesquelles une justification ne ferait qu'alourdir la démonstration (ainsi, en première, on peut mettre dans le bagage des évidences que la fonction $x \mapsto x^2 + 1$ est à valeurs positives). C'est à l'enseignant de guider au coup par coup cette évolution délicate.

Apprendre à rédiger une démonstration constitue un élément important d'une formation scientifique. La rédaction est l'occasion de revenir sur un raisonnement, de le remodeler, de le rendre plus rigoureux et esthétique, de chercher les meilleures notations, de dégager les idées essentielles de l'aspect technique ; c'est ainsi que, pour l'élève, des connaissances éparses se fondent en un ensemble cohérent de savoirs, et que se développent des compétences mathématiques fines. Enfin, apprendre à rédiger, c'est aussi acquérir la maîtrise d'une forme particulière d'écriture, mêlant langue usuelle, signes et symboles spécifiques.

- Différentes actions sont indiquées sur des flèches ; ces actions doivent toutes s'entendre dans le champ des mathématiques (ainsi, percevoir l'aléatoire, c'est trouver les bons concepts menant aux théorèmes permettant de rendre l'aléatoire intelligible et partiellement prévisible) ; la connaissance des actions que l'on développe peut faciliter le travail interdisciplinaire ainsi que la communication, tant aux élèves qu'aux familles, de ce qu'est le travail mathématique.

- Les pavés du schéma sont des listes de contenus qui ont semblé aujourd'hui incontournables dans le cadre d'une formation scientifique au niveau du lycée. Néanmoins, quel que soit l'horaire imparti aux mathématiques, il y aura toujours plus de contenus jugés indispensables que ne peut en comporter un programme. L'élaboration d'un programme implique donc des choix : choix guidés par l'équilibre à rechercher entre poids des nouveautés, continuité à assurer avec les anciens programmes et faisabilité pour une classe d'âge donnée. D'autres choix seront faits dans le futur ; le schéma ci-dessus pourrait contribuer à les préparer et constituer de ce fait un guide possible pour la formation permanente des enseignants.

- Des thèmes et sujets d'études, inscrits dans des ellipses, gravitent dans la partie la plus extérieure du schéma ; ils sont de natures très différentes. Certains indiquent des liens avec d'autres disciplines, où des concepts de mathématiques sont soit essentiels à l'élaboration d'une théorie, soit appliqués avec une grande efficacité. D'autres sujets renvoient à des domaines d'activité mathématique actuellement foisonnants. Ces sujets et thèmes veulent inciter à aborder les mathématiques en parlant de questions et problèmes riches (qu'ils soient issus des mathématiques ou non, qu'ils puissent ou non être entièrement résolus) ; ces exemples indiquent aussi qu'une formation scientifique doit munir l'élève de connaissances suffisamment étoffées pour qu'il puisse aborder des questions d'actualité (dans le cadre des Travaux personnels encadrés notamment).

Le schéma ci-dessus suggère une conception de l'enseignement des mathématiques plus orientée par des problématiques et des grandes activités que par des contenus. Cependant, mettre en œuvre une telle conception nécessite aussi de décliner des contenus (un « programme » au sens usuel du terme) : c'est l'objet du tableau du paragraphe 5.

2 - Mathématiques et informatique en classes de première et terminale S

Liens entre mathématiques et informatique

On peut distinguer trois aspects du lien entre mathématiques et informatique.

- Les progrès de l'informatique sont étroitement liés à la fois à ceux de la technologie et à ceux des mathématiques. L'informatique fait ainsi largement appel à des domaines des mathématiques et, par les problématiques qu'elle suscite, elle contribue fortement à leur développement : il en est ainsi notamment des mathématiques discrètes. Les nouveaux programmes ne développent pas en priorité les domaines mathématiques les plus liés à l'informatique ; un tel choix doit se faire à l'issue d'un large débat dont la commission de réflexion sur l'enseignement des mathématiques créée en 1999 a été saisie.

- Certaines notions informatiques élémentaires (boucle, test, récursivité, tri, cheminement dans des graphes, opérations sur des types logiques) font partie du champ des mathématiques et pourraient être objets d'enseignement dans cette discipline. Compte tenu de l'horaire imparti et des débats en cours, il n'est proposé ici aucun chapitre d'informatique. Néanmoins, l'élève devra mettre en œuvre, notamment sur sa calculatrice, les notions de boucle et test.

- L'utilisation de logiciels requiert des connaissances et des compétences mathématiques que cette utilisation contribue en retour à développer : tant sur le calcul algébrique, sur les fonctions que sur la géométrie. Le programme insiste pour que cet aspect du lien entre mathématiques et informatique soit travaillé à tous les niveaux ; il ne s'agit pas d'apprendre à devenir expert dans l'utilisation de tel ou tel logiciel, mais de connaître la nature des questions susceptibles d'être illustrées ou résolues grâce à l'ordinateur ou la calculatrice et de savoir comment analyser les réponses fournies ; l'élève doit apprendre à situer et intégrer l'usage des outils informatiques dans une démarche proprement mathématique.

Apports des outils logiciels

L'évolution des outils disponibles pour faire des mathématiques s'est toujours accompagnée d'une évolution des approches et des pratiques. L'informatique change qualitativement et quantitativement les possibilités de calculs exacts (calcul formel) ou approchés, permet des approches nouvelles de problèmes classiques et ouvre le champ à de nouveaux problèmes ; il est nécessaire de revisiter l'enseignement des mathématiques à la lumière des immenses possibilités offertes (logiciels de géométrie, de calcul formel, tableur, traceur, etc.) ; l'usage éclairé d'outils informatiques est donc recommandé dans chaque chapitre du programme.

Il est à noter aussi que l'informatique, sanctionnant immédiatement et visiblement les fautes de syntaxe, contribue à former à l'esprit de rigueur, notamment dans la manipulation des objets traités (nombres, variables, figures géométriques).

Modalités de mise en œuvre

Le programme ne fixe pas de répartition entre différentes modalités qui doivent toutes être présentes : activités des élèves sur ordinateur ou sur calculatrices programmables graphiques, travail de la classe entière (ou d'un groupe) utilisant un ordinateur muni d'un dispositif de visualisation collective. Il convient en ce domaine que les professeurs déterminent en chaque circonstance la stratégie d'utilisation la plus adaptée.

3 - Épistémologie et histoire des mathématiques

Les élèves doivent prendre conscience du fait que les mathématiques sont une discipline vivante, fruit du labeur et du génie de nombreux individus : connaître au moins le nom de quelques-uns d'entre eux et la période à laquelle ils ont vécu fait partie intégrante du bagage culturel de tout élève ayant une formation scientifique.

La plupart des idées ont mis longtemps à émerger : le savoir permettra aux élèves de mieux accepter l'importance du temps qu'il devra passer pour se les approprier.

En lien avec le programme, on pourra par exemple privilégier :

- le travail d'un ensemble de textes historiques liés à un même thème (par exemple, la notion de fonction ou d'équations, de dérivée ou de loi de probabilité, etc.) permettant de voir la nature des questions à l'origine de certains concepts et le langage dans lequel des questions ont été formulées et abordées ;
- une chronologie sur laquelle on repère l'évolution de concepts.

Liberté est laissée au professeur pour l'intégration de cette composante historique et épistémologique ; il conviendra de privilégier la qualité sur la quantité ; de plus, il n'y a pas lieu d'être systématique, l'histoire d'une notion n'aidant pas toujours l'élève à se l'approprier (il arrive même que l'oubli de l'origine de certaines questions soit un prix à payer pour avancer en sciences).

4 - Organisation de l'enseignement et du travail des élèves

Chaque professeur garde toute liberté pour l'organisation de son enseignement, dans le respect des contenus et modalités de mise en œuvre précisés dans les tableaux du paragraphe 5. Bien que modestes, ces contenus représentent un saut qualitatif dans le cursus mathématique des lycéens : ce saut est inhérent au choix d'une section scientifique à l'issue d'une seconde de détermination ; l'enseignant aidera chacun de ses élèves à le réaliser.

L'enseignant veillera à équilibrer les divers temps de l'activité mathématique dans sa classe ; recherche de problèmes, résolution d'exercices, mise en forme de démonstrations, exposé magistral, synthèse, etc., rythmeront les heures de classe et viseront tous à promouvoir chez chaque élève l'acquisition de la démarche mathématique décrite au paragraphe 1. À cet égard, les travaux proposés en dehors du temps d'enseignement, à la maison ou au lycée, jouent un rôle primordial ; ils ont des fonctions diversifiées :

- la résolution d'exercices d'entraînement, en liaison avec l'étude du cours, permet aux élèves d'affermir leurs connaissances de base et d'évaluer leur capacité à les mettre en œuvre sur des exemples simples ;
- l'étude de situations plus complexes, sous forme de préparation d'activités en classe ou de problèmes à résoudre et à rédiger, alimente le travail de recherche, individuel ou en équipe, et permet aux élèves d'évaluer leur capacité à mobiliser leurs connaissances dans des secteurs variés ;
- les travaux individuels de rédaction (solution d'un problème, mise au point d'exercices étudiés en classe, rapport de synthèse sur un thème d'étude, analyse critique d'un texte, etc.) visent essentiellement à développer les capacités de mise au point d'un raisonnement et d'expression écrite ; vu l'importance de ces objectifs, ces travaux de rédaction doivent être fréquents mais leur longueur doit rester raisonnable ;
- les devoirs de contrôle, peu nombreux, combinent des exercices d'application directe du cours (voire des questions de cours), des problèmes plus synthétiques, comportant des questions enchaînées de difficulté progressive et permettant aux élèves de vérifier leurs résultats, et des problèmes plus ouverts (susceptibles d'amener l'élève à choisir un modèle mathématique approprié, à émettre une conjecture, à expérimenter à travers des exemples ou des contre-exemples, à construire un raisonnement) ;
- l'exploitation de documents, individuelle ou en équipe, contribue au développement des capacités d'expression écrite (rédaction d'un rapport) ou orale (mise au point d'un exposé).

Il est à noter que les travaux personnels encadrés (TPE) permettent aussi de faire étudier des situations complexes et d'entraîner les élèves à mener un travail long jusqu'à son terme.

5 - Les contenus du programme de la classe de première S

Un programme se doit de répondre aux spécifications de formation fournies par l'institution, d'une part (représentée, en particulier, par le Conseil national des programmes) et, dans une certaine mesure et de façon peut-être moins explicite, par la communauté scientifique, d'autre part.

Les spécifications notifiées par le Conseil national des programmes en janvier 1999 étaient d'introduire de la statistique en première et terminale S et d'utiliser les possibilités offertes par l'informatique. La prise en compte de cette demande, des attentes exprimées lors de la phase préparatoire à la rédaction de ce programme et, comme indiqué plus haut, la recherche d'un équilibre entre le poids des nouveautés, la continuité à assurer avec les anciens programmes et la faisabilité pour une classe d'âge donnée, ont conduit aux choix de contenus présentés dans les tableaux ci-après.

Ces tableaux comportent trois colonnes : la première indique les contenus à traiter ; la deuxième fixe, lorsque cela est utile, des modalités de mise en œuvre, notamment informatiques ; la troisième explicite le sens ou les limites de certaines questions.

Les contenus sont à introduire et à développer dans l'esprit des paragraphes précédents : on les fera donc fonctionner en situation (recherche et étude de conjectures, résolution de problèmes, argumentation, raisonnement, démonstration). On privilégiera le traitement de problèmes permettant d'aborder plusieurs concepts en même temps. L'ordre adopté ici par commodité pour présenter les divers paragraphes des chapitres ne doit pas être opposé aux liens intimes qui unissent ces paragraphes et que l'organisation du cours permettra de mettre en évidence : aucun ordre n'est imposé et les contenus peuvent être réorganisés suivant d'autres chapitres.

Aucun titre relatif au calcul algébrique ne figure ici, mais celui-ci doit être largement présent dans différentes parties du programme.

Désormais, la statistique est étudiée en série S ; aussi, quelques éléments sont-ils développés sur cet enseignement (la longueur du commentaire n'est pas proportionnelle au temps à consacrer à ce sujet).

L'usage de la statistique dans de nombreux domaines ne relève pas d'une mode passagère mais de la diffusion d'une culture et d'un mode de pensée anciens, diffusion rendue possible par les progrès simultanés de la théorie mathématique et de la technologie informatique. Chaque domaine d'application a une pratique spécifique de la statistique, fondée sur une problématique propre, le type d'expériences réalisables, la nature et les propriétés des données à traiter, les techniques de calcul mises en œuvre (on parle ainsi de statistique médicale, de statistique industrielle, de statistique financière, de physique statistique, etc.).

En classe de seconde, les élèves ont acquis une expérience de l'aléatoire en pratiquant eux-mêmes des expériences de référence (lancers de dés, de pièces) et en simulant d'autres expériences à l'aide de listes de chiffres au hasard produites par une calculatrice ou un ordinateur. La simulation joue un rôle important : en permettant d'observer des phénomènes variés, elle amène les élèves à enrichir considérablement leur expérience de l'aléatoire et favorise l'émergence d'un mode de pensée propre à la statistique ; elle rend de plus nécessaire la mise en place de fondements théoriques.

Une partie du programme des classes de première et de terminale S concerne la modélisation d'expériences de référence, modélisation permettant d'expliquer des résultats observés ou d'en prévoir d'autres. En première, on approfondira la notion de simulation d'une expérience, qui consiste à choisir un modèle et à le simuler ; la simulation permet, d'une part, d'avoir des estimations de résultats impossibles à calculer explicitement et, d'autre part, par la comparaison de telles estimations avec des résultats expérimentaux, de valider le modèle choisi.

La statistique descriptive a une part modeste dans la série S ; en particulier, on n'aborde pas les problèmes de recueil des données qui varient considérablement d'un domaine à l'autre ; ces questions font l'objet d'enseignements spécifiques dans les études qu'un élève de S est susceptible d'entreprendre ultérieurement.

Géométrie

Les notions de géométrie sont présentées par ordre de sophistication croissante : d'abord les figures considérées en elles-mêmes, puis la géométrie analytique ordinaire, suivie par l'approche vectorielle et enfin les transformations. Mais cette succession ne s'impose pas pour l'enseignement. Qui plus est, le choix d'une méthode appropriée à chaque problème fait partie de l'apprentissage de la géométrie.

Le repérage polaire dans le plan et le repérage cartésien dans l'espace offrent de nouvelles perspectives à la perception et à la description de certains objets.

L'étude de configurations du plan et de l'espace est une partie importante du programme : étude statique à l'aide du calcul vectoriel ou de la géométrie analytique, étude dynamique à l'aide des transformations.

Enfin, la géométrie élémentaire est une école de pensée : on veillera à allier observations (à l'aide de logiciels de géométrie dynamique notamment) et mise en évidence des démarches et des propriétés des objets étudiés permettant de confirmer ou d'infirmer ces observations ; on prendra soin aussi de construire des îlots déductifs consistants et d'aborder divers types de raisonnements formateurs ; on incitera à la réflexion sur différents niveaux d'explicitation d'une démonstration.

L'usage des logiciels de géométrie oblige à bien repérer ce que l'on choisit de démontrer : faire un tel choix et l'explicitier est un élément important d'une formation scientifique.

CONTENUS	MODALITÉS DE MISE EN ŒUVRE	COMMENTAIRES
<p>Sections planes</p> <p>Sections planes d'un cube, d'un tétraèdre.</p>	<p>Pour aborder ces problèmes, les élèves pourront s'aider de manipulations de solides et d'un logiciel de géométrie.</p>	<p>On utilisera les règles d'incidence vues en classe de seconde pour justifier les constructions des différentes sections planes possibles. Ce travail, en consolidant la perception de l'espace, facilitera l'introduction du repérage cartésien.</p>
<p>Repérage</p> <p>Repérage polaire dans le plan et trigonométrie ; mesures des angles orientés, mesure principale, relation de Chasles, lignes trigonométriques des angles associés.</p> <p>Repérage cartésien dans l'espace. Distance entre deux points en repère orthonormal.</p>	<p>Repérage d'abord d'un point du cercle trigonométrique, à l'aide d'un réel défini à un multiple près de 2π ; lien entre repérage polaire et repérage cartésien.</p> <p>En particulier, équation de quelques objets de l'espace : plans parallèles aux plans de coordonnées ; sphère centrée à l'origine, cône de sommet l'origine et cylindre, chacun ayant pour axe un axe du repère.</p>	<p>C'est en « enroulant \mathbf{R} » sur le cercle trigonométrique que les élèves ont construit en seconde les représentations graphiques des fonctions sinus et cosinus ; une première approche du radian et des angles orientés a alors été réalisée, s'appuyant sur la proportionnalité entre mesure de l'angle au centre et longueur de l'arc intercepté. On gardera ici cette vision dynamique de l'enroulement.</p> <p>Il s'agit ici de rendre familiers quelques objets usuels.</p>
<p>Géométrie vectorielle</p> <p>Calcul vectoriel dans l'espace.</p> <p>Barycentre de quelques points pondérés dans le plan et l'espace. Associativité du barycentre.</p> <p>Produit scalaire dans le plan ; définition, propriétés.</p> <p>Applications du produit scalaire : projeté orthogonal d'un vecteur sur un axe ; calculs de longueurs.</p>	<p>On étendra à l'espace les opérations sur les vecteurs du plan. On introduira la notion de vecteurs coplanaires.</p> <p>On utilisera la notion de barycentre pour établir des alignements de points, des points de concours de droites.</p> <p>Propriétés de bilinéarité, de symétrie et expression analytique dans un repère orthonormal.</p> <p>Équation d'une droite à l'aide d'un vecteur normal, équation d'un cercle défini par son centre et son rayon ou par son diamètre.</p> <p>Calculs d'angles, de longueurs et d'aires sur des figures planes en liaison avec le produit scalaire ; on établira et utilisera la formule dite d'Al Kashi, le théorème de la médiane et les formules d'addition et de duplication pour les fonctions cosinus et sinus.</p>	<p>La notion de barycentre, utile en physique et en statistique, illustre l'efficacité du calcul vectoriel. On évitera toute technicité.</p> <p>On n'étendra pas le produit scalaire à l'espace. On pourra faire le lien avec le travail d'une force.</p> <p>Pour certains exercices, il pourra être utile de disposer des formules reliant les sinus des angles, les côtés et l'aire d'un triangle.</p>

CONTENUS	MODALITÉS DE MISE EN ŒUVRE	COMMENTAIRES
Transformations Translations et homothéties dans le plan et l'espace : définitions ; image d'un couple de points ; effet sur l'alignement, le barycentre, les angles orientés, les longueurs, les aires et les volumes ; image d'une figure (segment, droite, cercle).	Toutes les transformations connues seront utilisées dans l'étude des configurations, pour la détermination de lieux géométriques et dans la recherche de problèmes de construction, en particulier au travers des logiciels de géométrie.	Les transformations planes abordées en collège (translation, symétrie axiale, rotation) n'ont pas à faire l'objet d'un chapitre particulier.
Lieux géométriques dans le plan	<p>Les logiciels de géométrie dynamique seront utilisés pour visualiser certains lieux.</p> <p>On choisira quelques exemples mettant en évidence la diversité des méthodes de recherche (propriétés des configurations, vecteurs, produit scalaire, transformations, géométrie analytique). On veillera à traiter des cas nécessitant de démontrer une double inclusion.</p>	<p>La problématique des lieux géométriques sera présente dans tous les paragraphes de géométrie. Elle ne fera pas l'objet d'un chapitre indépendant.</p> <p>Il s'agit de ne pas s'en tenir à une simple observation mais de mobiliser les connaissances pour établir mathématiquement diverses caractéristiques géométriques.</p> <p>On s'appuiera, le cas échéant, sur le caractère bijectif des transformations ou sur une démarche d'analyse-synthèse.</p>

Analyse

Le programme d'analyse élargit l'ensemble des fonctions que l'on peut manipuler et ouvre la voie à l'étude de certaines de leurs propriétés, nécessaires à la résolution de problèmes. L'acquisition du concept de dérivée est un point fondamental du programme de première ; il est conseillé de l'aborder rapidement : les fonctions étudiées au lycée sont toutes régulières ; on se contentera donc d'une approche intuitive des limites finies en un point à travers la notion de dérivée. Pour les autres types de limites (limite infinie, limite à l'infini), on gardera de même une vision intuitive. Par contre, un travail plus approfondi est proposé sur la notion de limite d'une suite, plus facile à aborder que celle de limite d'une fonction en un point : l'objectif est ambitieux, il convient cependant de rester raisonnable dans sa mise en œuvre et de privilégier les raisonnements à support graphique.

CONTENUS	MODALITÉS DE MISE EN ŒUVRE	COMMENTAIRES
Généralités sur les fonctions Opérations sur les fonctions : $u + v$, λu , uv , $\frac{u}{v}$, $u \circ v$. Définition d'une fonction polynôme et de son degré. Sens de variation et représentation graphique d'une fonction de la forme $u + \lambda$, λu , la fonction u étant connue. Sens de variation de $u \circ v$, u et v étant monotones.	<p>On partira des fonctions étudiées en classe de seconde. Sur des exemples et selon le problème traité, on proposera plusieurs écritures d'une même fonction trinôme, d'une même fonction homographe.</p> <p>On travaillera, à l'aide de grapheurs, sur des familles de courbes représentatives de fonctions associées à deux fonctions données u et v : $u + \lambda$, λu, $u + v$, uv, $x \mapsto u(\lambda x)$ et $x \mapsto u(x + \lambda)$.</p>	<p>Les transformations d'écritures s'effectueront à l'occasion des différentes activités de ce chapitre (dérivation, recherche d'asymptotes, résolution d'équations). On remarquera que certaines familles de fonctions sont stables par certaines opérations, pas par d'autres.</p> <p>On remarquera à l'aide de contre-exemples qu'on ne peut pas énoncer de règle donnant dans tous les cas le sens de variation de $u + v$ ou de uv.</p> <p>On justifiera les symétries observées sur les représentations graphiques.</p>

CONTENUS	MODALITÉS DE MISE EN ŒUVRE	COMMENTAIRES
<p>Résolution de l'équation du second degré. Étude du signe d'un trinôme.</p>	<p>On aboutira ici aux formules usuelles donnant les racines et la forme factorisée d'un trinôme du second degré.</p>	<p>On fera le lien entre les résultats et l'observation des représentations graphiques obtenues à l'aide d'un grapheur.</p>
<p>Dérivation</p> <p>Approche cinématique ou graphique du concept de nombre dérivé d'une fonction en un point.</p> <p>Nombre dérivé d'une fonction en un point : définition comme limite de $\frac{f(a+h) - f(a)}{h}$ quand h tend vers 0.</p> <p>Fonction dérivée.</p> <p>Tangente à la courbe représentative d'une fonction dérivable ; approximation affine associée de la fonction.</p> <p>Dérivée des fonctions usuelles : $x \mapsto x^n$, $x \mapsto \sqrt{x}$, $x \mapsto \cos x$ et $x \mapsto \sin x$ Dérivée d'une somme, d'un produit, d'un quotient et de $x \mapsto f(ax + b)$.</p> <p>Lien entre signe de la dérivée et variations.</p>	<p>Plusieurs démarches sont possibles : passage de la vitesse moyenne à la vitesse instantanée pour des mouvements rectilignes suivant des lois horaires élémentaires (trinôme du second degré dans un premier temps) ; zooms successifs sur une représentation graphique obtenue à l'écran de la calculatrice.</p> <p>On construira point par point un ou deux exemples d'approximation de courbe intégrale définie par : $y' = f(t)$ et $y(t_0) = y_0$ en utilisant l'approximation $\Delta f = f(a) \Delta t$.</p> <p>On justifiera le résultat donnant la dérivée de $u \cdot v$ et $\frac{1}{u}$.</p> <p>On étudiera, sur quelques exemples, le sens de variation de fonctions polynômes de degré 2 ou 3, de fonctions homographiques ou de fonctions rationnelles très simples. On introduira les notions et le vocabulaire usuels (extremum, majorant, minorant) et, de l'étude du sens de variations, on déduira des encadrements d'une fonction sur un intervalle.</p>	<p>On ne donnera pas de définition formelle de la notion de limite. Le vocabulaire et la notation relatifs aux limites seront introduites sur des exemples puis utilisés de façon intuitive.</p> <p>Dans les cas usuels, la limite de $\frac{f(a+h) - f(a)}{h}$ s'obtient, après transformation d'écriture, en invoquant des arguments très proches de l'intuition. On ne soulèvera aucune difficulté à leur propos et on admettra tous les résultats utiles.</p> <p>La notion de développement limité à l'ordre 1 n'est pas au programme. On pourra cependant évoquer le caractère optimal de l'approximation affine liée à la dérivée.</p> <p>On pourra observer sur grapheur ou tableur l'erreur commise dans le cas où l'on connaît une expression de la fonction y.</p> <p>On pourra admettre les dérivées des fonctions sinus et cosinus.</p> <p>On justifiera que la dérivée d'une fonction monotone sur un intervalle est de signe constant ; on admettra la réciproque. L'étude de fonctions ne sera pas présentée comme une fin en soi, mais interviendra lors de la résolution de problèmes.</p>
<p>Comportement asymptotique de certaines fonctions</p> <p>Asymptotes verticales, horizontales ou obliques.</p>	<p>On étudiera, sur des exemples très simples (fonctions polynômes de degré 2 ou 3, fonctions rationnelles du type $x \mapsto ax + b + h(x)$ avec h tendant vers 0 en $+\infty$ ou $-\infty$), les limites aux bornes de l'intervalle de définition et les asymptotes éventuelles.</p>	<p>On s'appuiera sur l'intuition ; les résultats usuels sur les sommes et produits de limites apparaîtront à travers des exemples et seront ensuite énoncés clairement.</p>

CONTENUS	MODALITÉS DE MISE EN ŒUVRE	COMMENTAIRES
<p>Suites</p> <p>Modes de générations d'une suite numérique. Suite croissante, suite décroissante. Suites arithmétiques et suites géométriques.</p> <p>Notion intuitive de limite infinie perçue à partir d'exemples. Définition de la convergence d'une suite, utilisation de cette définition.</p> <p>Limite d'une suite géométrique.</p>	<p>Étude de l'évolution de phénomènes discrets amenant à une relation de récurrence. Calcul des termes d'une suite sur calculatrice ou tableur ; observation des vitesses de croissance (resp. de décroissance) pour des suites arithmétiques et des suites géométriques. Comparaisons des valeurs des premiers termes des suites $(1 + t)^n$ et $1 + nt$ pour différentes valeurs de t (en lien avec la notion de dérivée).</p> <p>On pourra étudier numériquement, sur ordinateur ou calculatrice, le temps de doublement d'un capital placé à taux d'intérêt constant, la période de désintégration d'une substance radioactive, etc.</p> <p>On utilisera au choix une des définitions suivantes pour la convergence d'une suite vers a : <i>Tout intervalle ouvert contenant a contient tous les termes de la suite sauf un nombre fini d'entre eux.</i> <i>Tout intervalle ouvert contenant a contient tous les termes de la suite à partir d'un certain rang.</i></p> <p>Démonstration du théorème « des gendarmes » ; les théorèmes sur la somme, le produit et le quotient de suites convergents seront pour la plupart admis.</p> <p>On pourra mettre la définition en œuvre pour étudier une limite (exemple : suite (w_n) définie par $w_n = \max(u_n, v_n)$) ou pour montrer l'unicité de la limite.</p> <p>On montrera avec des exemples la variété de comportement de suites convergeant vers une même limite.</p>	<p>On veillera à faire réaliser sur calculatrice des programmes où interviennent boucle et test.</p> <p>Le travail demandé ici à propos de la définition de la convergence est de nature épistémologique ; il sera présenté aux élèves comme tel et pourra permettre d'amorcer une réflexion, poursuivie en terminale, sur la nature des mathématiques. Toute définition en \mathbb{E} et \mathbb{N} est exclue.</p> <p>On indiquera clairement qu'une fois la définition posée et les théorèmes établis, il est en général plus facile d'avoir recours aux théorèmes (ils sont là pour ça) plutôt qu'à la définition, sauf pour les contre-exemples.</p> <p>La définition d'une limite infinie pourra être abordée ou non.</p>

Probabilités et statistique

La partie du programme consacrée aux probabilités et à la statistique est centrée :

- sur la mise en place d'éléments de base indispensables pour comprendre ou pratiquer la statistique partout où elle est présente ;
- sur l'acquisition de concepts de probabilité permettant de comprendre et d'expliquer certains faits simples observés expérimentalement ou par simulation.

Le programme de la classe de première introduit quelques outils descriptifs nouveaux :

- les diagrammes en boîtes qui permettent d'appréhender aisément certaines caractéristiques des répartitions des caractères étudiés et qui complètent la panoplie des outils graphiques les plus classiquement utilisés ;
- deux mesures de dispersion : l'écart-type et l'intervalle interquartile.

Ces éléments de statistique pourront notamment être travaillés pour des séries construites à partir de séries simulées ; on rencontre ainsi des répartitions variées et on prépare la notion d'estimateur. Cette partie descriptive ne doit pas faire l'objet de longs développements numériques, ni être déconnectée du reste du programme de probabilité et statistique.

CONTENUS	MODALITÉS DE MISE EN ŒUVRE	COMMENTAIRES
<p>Statistique</p> <p>Variance et écart-type. Diagramme en boîtes ; intervalle interquartile. Influence sur l'écart-type et l'intervalle interquartile d'une transformation affine des données.</p>	<p>On cherchera des résumés pertinents et on commentera les diagrammes en boîtes de quantités numériques associées à des séries simulées ou non.</p> <p>On observera l'influence des valeurs extrêmes d'une série sur l'écart-type ainsi que la fluctuation de l'écart-type entre séries de même taille. L'usage d'un tableur ou d'une calculatrice permettent d'observer, dynamiquement et en temps réel, les effets des modifications des données.</p>	<p>L'objectif est de résumer une série par un couple (mesure de tendance centrale ; mesure de dispersion). Deux choix usuels sont couramment proposés : le couple (médiane ; intervalle interquartile), robuste par rapport aux valeurs extrêmes de la série, et le couple (moyenne ; écart-type). On démontrera que la moyenne est le réel qui minimise $\sum(x_i - x)^2$, alors qu'elle ne minimise pas $\sum x_i - x$.</p> <p>On notera s l'écart-type d'une série, plutôt que σ, réservé à l'écart-type d'une loi de probabilité.</p>
<p>Probabilités</p> <p>Définition d'une loi de probabilité sur un ensemble fini. Espérance, variance, écart-type d'une loi de probabilité. Probabilité d'un événement, de la réunion et de l'intersection d'événements. Cas de l'équiprobabilité.</p> <p>Variable aléatoire, loi d'une variable aléatoire, espérance, variance, écart-type.</p> <p>Modélisation d'expériences aléatoires de référence (lancers d'un ou plusieurs dés ou pièces discernables ou non, tirage au hasard dans une urne, choix de chiffres au hasard, etc.).</p>	<p>Le lien entre loi de probabilité et distributions de fréquences sera éclairé par un énoncé vulgarisé de la loi des grands nombres. On expliquera ainsi la convergence des moyennes vers l'espérance et des variances empiriques vers les variances théoriques ; on illustrera ceci par des simulations dans des cas simples. On pourra aussi illustrer cette loi avec les diagrammes en boîtes obtenus en simulant par exemple 100 sondages de taille n, pour $n = 10 ; 100 ; 1000$.</p> <p>On simulera des lois de probabilités simples obtenues comme images d'une loi équirépartie par une variable aléatoire (sondage, somme des faces de deux dés, etc.).</p>	<p>On pourra, par exemple, choisir comme énoncé vulgarisé de la loi des grands nombres la proposition suivante : <i>Pour une expérience donnée, dans le modèle défini par une loi de probabilité P, les distributions des fréquences calculées sur des séries de taille n se rapprochent de P quand n devient grand.</i></p> <p>On indiquera que simuler une expérience consiste à simuler un modèle de cette expérience. La modélisation avec des lois ne découlant pas d'une loi équirépartie est hors programme.</p> <p>On évitera le calcul systématique et sans but précis de l'espérance et de la variance de lois de probabilité.</p>

