Décrets, arrêtés, circulaires

TEXTES GÉNÉRAUX

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE

Arrêté du 21 juillet 2010 fixant le programme d'enseignement spécifique de mathématiques en classe de première de la série S

NOR : *MENE1019634A*

Le ministre de l'éducation nationale, porte-parole du Gouvernement,

Vu le code de l'éducation ;

Vu l'arrêté du 27 janvier 2010 modifié relatif à l'organisation et aux horaires des enseignements du cycle terminal des lycées, sanctionnés par le baccalauréat général ;

Vu l'avis du Conseil supérieur de l'éducation du 1er juillet 2010,

Arrête :

Art. 1er. – Le programme de l'enseignement spécifique de mathématiques en classe de première de la série scientifique est fixé conformément à l'annexe du présent arrêté.

Art. 2. – Les dispositions du présent arrêté entrent en application à la rentrée de l'année scolaire 2011-2012.

Art. 3. – L'arrêté du 9 août 2000 fixant le programme de l'enseignement obligatoire de mathématiques en classe de première de la série scientifique est abrogé à la rentrée de l'année scolaire 2011-2012.

Art. 4. – Le directeur général de l'enseignement scolaire est chargé de l'exécution du présent arrêté, qui sera publié au *Journal officiel* de la République française.

Fait à Paris, le 21 juillet 2010.

Pour le ministre et par délégation :
Le directeur général
de l'enseignement scolaire,
J.-M. BLANQUER

ANNEXE

MATHÉMATIQUES

CYCLE TERMINAL DE LA SÉRIE SCIENTIFIQUE

Classe de première

L'enseignement des mathématiques au collège et au lycée a pour but de donner à chaque élève la culture mathématique indispensable pour sa vie de citoyen et les bases nécessaires à son projet de poursuite d'études.

Le cycle terminal de la série S procure un bagage mathématique solide aux élèves désireux de s'engager dans des études supérieures scientifiques, en les formant à la pratique d'une démarche scientifique et en renforçant leur goût pour des activités de recherche.

L'apprentissage des mathématiques cultive des compétences qui facilitent une formation tout au long de la vie et aident à mieux appréhender une société en évolution. Au-delà du cadre scolaire, il s'inscrit dans une perspective de formation de l'individu.

Objectif général

Outre l'apport de nouvelles connaissances, le programme vise le développement des compétences suivantes :
– mettre en œuvre une recherche de façon autonome ;

– mener des raisonnements ;
– avoir une attitude critique vis-à-vis des résultats obtenus ;
– communiquer à l'écrit et à l'oral.

Raisonnement et langage mathématiques

Comme en classe de seconde, les capacités d'argumentation, de rédaction d'une démonstration et de logique font partie intégrante des exigences du cycle terminal.

Les concepts et méthodes relevant de la logique mathématique ne font pas l'objet de cours spécifiques mais prennent naturellement leur place dans tous les champs du programme. Il importe toutefois de prévoir des moments d'institutionnalisation de certains concepts ou types de raisonnement, après que ceux-ci ont été rencontrés plusieurs fois en situation.

De même, le vocabulaire et les notations mathématiques ne sont pas fixés d'emblée, mais sont introduits au cours du traitement d'une question en fonction de leur utilité.

Il convient de prévoir des temps de synthèse, l'objectif étant que ces éléments soient maîtrisés en fin de cycle terminal.

Utilisation d'outils logiciels

L'utilisation de logiciels, d'outils de visualisation et de simulation, de calcul (formel ou scientifique) et de programmation change profondément la nature de l'enseignement en favorisant une démarche d'investigation.

En particulier, lors de la résolution de problèmes, l'utilisation de logiciels de calcul formel peut limiter le temps consacré à des calculs très techniques afin de se concentrer sur la mise en place de raisonnements.

L'utilisation de ces outils intervient selon trois modalités :

– par le professeur, en classe, avec un dispositif de visualisation collective ;
– par les élèves, sous forme de travaux pratiques de mathématiques ;
– dans le cadre du travail personnel des élèves hors de la classe.

Diversité de l'activité de l'élève

Les activités proposées en classe et hors du temps scolaire prennent appui sur la résolution de problèmes purement mathématiques ou issus d'autres disciplines. De nature diverse, elles doivent entraîner les élèves à :

– chercher, expérimenter, modéliser, en particulier à l'aide d'outils logiciels ;
– choisir et appliquer des techniques de calcul ;
– mettre en œuvre des algorithmes ;
– raisonner, démontrer, trouver des résultats partiels et les mettre en perspective ;
– expliquer oralement une démarche, communiquer un résultat par oral ou par écrit.

Des éléments d'épistémologie et d'histoire des mathématiques s'insèrent naturellement dans la mise en œuvre du programme. Connaître le nom de quelques mathématiciens célèbres, la période à laquelle ils ont vécu et leur contribution fait partie intégrante du bagage culturel de tout élève ayant une formation scientifique. La présentation de textes historiques aide à comprendre la genèse et l'évolution de certains concepts.

Fréquents, de longueur raisonnable et de nature variée, les travaux hors du temps scolaire contribuent à la formation des élèves et sont absolument essentiels à leur progression. Ils sont conçus de façon à prendre en compte la diversité et l'hétérogénéité de leurs aptitudes.

Les modes d'évaluation prennent également des formes variées, en phase avec les objectifs poursuivis. En particulier, l'aptitude à mobiliser l'outil informatique dans le cadre de la résolution de problèmes est à évaluer.

Organisation du programme

Le programme fixe les objectifs à atteindre en termes de capacités. Il est conçu pour favoriser une acquisition progressive des notions et leur pérennisation. Son plan n'indique pas la progression à suivre.

Les capacités attendues dans le domaine de l'algorithmique, d'une part, et du raisonnement, d'autre part, sont rappelées en fin de programme. Elles doivent être exercées à l'intérieur de chaque champ du programme.

Plusieurs démonstrations, ayant valeur de modèle, sont repérées par le symbole ■. Certaines sont exigibles et correspondent à des capacités attendues.

De même, les activités de type algorithmique sont signalées par le symbole ◊.

1. **Analyse**

Le programme s'inscrit, comme celui de la classe de seconde, dans le cadre de la résolution de problèmes. Les situations proposées répondent à des problématiques clairement identifiées d'origine purement mathématique ou en lien avec d'autres disciplines.

Un des objectifs de ce programme est de doter les élèves d'outils mathématiques permettant de traiter des problèmes relevant de la modélisation de phénomènes continus ou discrets.

Ainsi, on consolide l'ensemble des fonctions mobilisables, enrichi de deux nouvelles fonctions de référence, les fonctions racine carrée et valeur absolue.

On introduit un nouvel outil : la dérivation. L'acquisition du concept de dérivée est un point fondamental du programme de première. Les fonctions étudiées sont toutes régulières et on se contente d'une approche intuitive de la notion de limite finie en un point. Le calcul de dérivées dans des cas simples est un attendu du programme ; dans le cas de situations plus complexes, on sollicite les logiciels de calcul formel.

L'étude de phénomènes discrets fournit un moyen d'introduire les suites et leur génération en s'appuyant sur des registres différents (algébrique, graphique, numérique, géométrique) et en faisant largement appel à des logiciels. Les interrogations sur leur comportement amènent à une première approche de la notion de limite qui sera développée en classe de terminale. L'étude des suites se prête tout particulièrement à la mise en place d'activités algorithmiques.

CONTENUS	CAPACITÉS ATTENDUES	COMMENTAIRES
Second degré Forme canonique d'une fonction polynôme de degré deux. Équation du second degré, discriminant. Signe du trinôme.	• Déterminer et utiliser la forme la plus adéquate d'une fonction polynôme de degré deux en vue de la résolution d'un problème : développée, factorisée, canonique.	On fait le lien avec les représentations graphiques étudiées en classe de seconde. ◇ Des activités algorithmiques doivent être réalisées dans ce cadre.
Étude de fonctions Fonctions de référence $x \mapsto \sqrt{x}$ et $x \mapsto \lvert x \rvert$.	• Connaître les variations de ces deux fonctions et leur représentation graphique. ▣ Démontrer que la fonction racine carrée est croissante sur $[0;+\infty[$. ▣ Justifier les positions relatives des courbes représentatives des fonctions $x \mapsto x$, $x \mapsto x^2$ et $x \mapsto \sqrt{x}$.	Aucune technicité dans l'utilisation de la valeur absolue n'est attendue.
Sens de variation des fonctions $u+k$, λu, $\sqrt{u}$ et $\frac{1}{u}$, la fonction u étant connue, k étant une fonction constante et λ un réel.	• Exploiter ces propriétés pour déterminer le sens de variation de fonctions simples.	▣ On nourrit la diversité des raisonnements travaillés dans les classes précédentes en montrant à l'aide de contre-exemples qu'on ne peut pas énoncer de règle générale donnant le sens de variation de la somme ou du produit de deux fonctions. L'étude générale de la composée de deux fonctions est hors programme.

CONTENUS	CAPACITÉS ATTENDUES	COMMENTAIRES
Dérivation Nombre dérivé d'une fonction en un point.		Le nombre dérivé est défini comme limite du taux d'accroissement $\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$ quand h tend vers 0. On ne donne pas de définition formelle de la limite.
Tangente à la courbe représentative d'une fonction dérivable en un point.	• Tracer une tangente connaissant le nombre dérivé.	L'utilisation des outils logiciels facilite l'introduction du nombre dérivé.
Fonction dérivée.		
Dérivée des fonctions usuelles : $x \mapsto \sqrt{x}$, $x \mapsto \frac{1}{x}$ et $x \mapsto x^n$ (n entier naturel non nul).	• Calculer la dérivée de fonctions.	On évite tout excès de technicité dans les calculs de dérivation. Si nécessaire, dans le cadre de la résolution de problèmes, le calcul de la dérivée d'une fonction est facilité par l'utilisation d'un logiciel de calcul formel.
Dérivée d'une somme, d'un produit et d'un quotient.		Il est intéressant de présenter le principe de démonstration de la dérivation d'un produit.
Lien entre signe de la dérivée et sens de variation. Extremum d'une fonction.	• Exploiter le sens de variation pour l'obtention d'inégalités.	Il n'est pas toujours utile de recourir à la dérivation pour étudier le sens de variation d'une fonction. On traite quelques problèmes d'optimisation.

CONTENUS	CAPACITÉS ATTENDUES	COMMENTAIRES
Suites Modes de génération d'une suite numérique.	• Modéliser et étudier une situation à l'aide de suites. ◇ Mettre en oeuvre des algorithmes permettant : - d'obtenir une liste de termes d'une suite ; - de calculer un terme de rang donné.	Il est important de varier les approches et les outils. L'utilisation du tableur et la mise en œuvre d'algorithmes sont l'occasion d'étudier en particulier des suites générées par une relation de récurrence.
Suites arithmétiques et suites géométriques.	▣ Établir et connaître les formules donnant $1+2+\cdots+n$ et $1+q+\cdots+q^n$.	
Sens de variation d'une suite numérique.	• Exploiter une représentation graphique des termes d'une suite.	◇ On peut utiliser un algorithme ou un tableur pour traiter des problèmes de comparaison d'évolutions et de seuils.
Approche de la notion de limite d'une suite à partir d'exemples.		Par exemple, dans le cas d'une suite croissante non majorée, on peut déterminer un rang à partir duquel tout terme de la suite est supérieur à un nombre donné. Le tableur, les logiciels de géométrie dynamique et de calcul sont des outils adaptés à l'étude des suites, en particulier pour l'approche expérimentale de la notion de limite. On ne donne pas de définition formelle de la limite.

2. **Géométrie**

L'objectif est de renforcer la capacité des élèves à étudier des problèmes dont la résolution repose sur des calculs de distances et d'angles, la démonstration d'alignement, de parallélisme ou d'orthogonalité.

L'outil nouveau est le produit scalaire, dont il importe que les élèves sachent choisir la forme la mieux adaptée au problème envisagé.

L'introduction de cette notion implique un travail sur le calcul vectoriel non repéré et la trigonométrie.

La géométrie dans l'espace est source de situations permettant de mettre en œuvre de nouveaux outils de l'analyse ou de la géométrie plane, notamment dans des problèmes d'optimisation.

CONTENUS	CAPACITÉS ATTENDUES	COMMENTAIRES
Géométrie plane Condition de colinéarité de deux vecteurs : $xy' - yx' = 0$.		
Vecteur directeur d'une droite. Équation cartésienne d'une droite.	▣ Utiliser la condition de colinéarité pour obtenir une équation cartésienne de droite. • Déterminer une équation cartésienne de droite connaissant un vecteur directeur et un point. • Déterminer un vecteur directeur d'une droite définie par une équation cartésienne.	On fait le lien entre coefficient directeur et vecteur directeur. L'objectif est de rendre les élèves capables de déterminer efficacement une équation cartésienne de droite par la méthode de leur choix.
Expression d'un vecteur du plan en fonction de deux vecteurs non colinéaires.	• Choisir une décomposition pertinente dans le cadre de la résolution de problèmes.	On ne se limite pas au cadre de la géométrie repérée.
Trigonométrie Cercle trigonométrique. Radian. Mesure d'un angle orienté, mesure principale.	• Utiliser le cercle trigonométrique, notamment pour : - déterminer les cosinus et sinus d'angles associés ; - résoudre dans **R** les équations d'inconnue x : $\cos x = \cos a$ et $\sin x = \sin a$.	L'étude des fonctions cosinus et sinus n'est pas un attendu du programme.

CONTENUS	CAPACITÉS ATTENDUES	COMMENTAIRES
Produit scalaire dans le plan		
Définition, propriétés.	• Calculer le produit scalaire de deux vecteurs par différentes méthodes : - projection orthogonale ; - analytiquement ; - à l'aide des normes et d'un angle ; - à l'aide des normes. • Choisir la méthode la plus adaptée en vue de la résolution d'un problème.	▣ Il est intéressant de démontrer l'égalité des expressions attachées à chacune de ces méthodes. ▣ La démonstration du théorème de la médiane fournit l'occasion de travailler le calcul vectoriel en lien avec le produit scalaire.
Vecteur normal à une droite.	• Déterminer une équation cartésienne de droite connaissant un point et un vecteur normal. • Déterminer un vecteur normal à une droite définie par une équation cartésienne.	
Applications du produit scalaire : - calculs d'angles et de longueurs ; - formules d'addition et de duplication des cosinus et sinus.	▣ Déterminer une équation de cercle défini par son centre et son rayon ou par son diamètre. ▣ Démontrer que : $\cos(a-b)=\cos a\cos b+\sin a\sin b$	La relation de Chasles pour les angles orientés est admise.

3. Statistiques et probabilités

L'étude et la comparaison de séries statistiques menées en classe de seconde se poursuivent avec la mise en place de nouveaux outils dans l'analyse de données. L'objectif est de faire réfléchir les élèves sur des données réelles, riches et variées (issues, par exemple, de fichiers mis à disposition par l'INSEE).

La notion de loi de probabilité d'une variable aléatoire permet de modéliser des situations aléatoires, d'en proposer un traitement probabiliste et de justifier certains faits observés expérimentalement en classe de seconde.

L'utilisation des arbres pondérés est développée pour modéliser la répétition d'expériences identiques et indépendantes. Elle est restreinte à ce cadre afin d'éviter toute confusion avec des situations relevant des probabilités conditionnelles.

Dans le cas particulier d'expériences identiques et indépendantes à deux issues, on introduit la loi binomiale. En s'appuyant sur cette loi, on poursuit la formation des élèves dans le domaine de l'échantillonnage.

CONTENUS	CAPACITÉS ATTENDUES	COMMENTAIRES
Statistique descriptive, analyse de données Caractéristiques de dispersion : variance, écart-type. Diagramme en boîte.	• Utiliser de façon appropriée les deux couples usuels qui permettent de résumer une série statistique : (moyenne, écart-type) et (médiane, écart interquartile). • Étudier une série statistique ou mener une comparaison pertinente de deux séries statistiques à l'aide d'un logiciel ou d'une calculatrice.	On utilise la calculatrice ou un logiciel pour déterminer la variance et l'écart-type d'une série statistique. Des travaux réalisés à l'aide d'un logiciel permettent de faire observer des exemples d'effets de structure lors du calcul de moyennes.
Probabilités Variable aléatoire discrète et loi de probabilité. Espérance, variance et écart-type.	• Déterminer et exploiter la loi d'une variable aléatoire. • Interpréter l'espérance comme valeur moyenne dans le cas d'un grand nombre de répétitions.	À l'aide de simulations et d'une approche heuristique de la loi des grands nombres, on fait le lien avec la moyenne et la variance d'une série de données. On exploite les fonctionnalités de la calculatrice ou d'un logiciel pour déterminer l'espérance, la variance et l'écart-type d'une variable aléatoire. ▣ On démontre les formules suivantes sur l'espérance et la variance : $E(aX+b)=aE(X)+b$ et $V(aX)=a^2V(X)$.

CONTENUS	CAPACITÉS ATTENDUES	COMMENTAIRES
Modèle de la répétition d'expériences identiques et indépendantes à deux ou trois issues.	• Représenter la répétition d'expériences identiques et indépendantes par un arbre pondéré. • Utiliser cette représentation pour déterminer la loi d'une variable aléatoire associée à une telle situation.	Pour la répétition d'expériences identiques et indépendantes, la probabilité d'une liste de résultats est le produit des probabilités de chaque résultat. La notion de probabilité conditionnelle est hors programme. On peut aussi traiter quelques situations autour de la loi géométrique tronquée. ◇ On peut simuler la loi géométrique tronquée avec un algorithme.
Épreuve de Bernoulli, loi de Bernoulli. Schéma de Bernoulli, loi binomiale (loi du nombre de succès). Coefficients binomiaux, triangle de Pascal.	• Reconnaître des situations relevant de la loi binomiale. • Calculer une probabilité dans le cadre de la loi binomiale.	La représentation à l'aide d'un arbre est privilégiée : il s'agit ici d'installer une représentation mentale efficace. On peut ainsi : - faciliter la découverte de la loi binomiale pour des petites valeurs de n ($n \leq 4$) ; - introduire le coefficient binomial $\binom{n}{k}$ comme nombre de chemins de l'arbre réalisant k succès pour n répétitions ; - établir enfin la formule générale de la loi binomiale.
	▣ Démontrer que $\binom{n}{k}+\binom{n}{k+1}=\binom{n+1}{k+1}$.	Cette égalité est établie en raisonnant sur le nombre de chemins réalisant $k+1$ succès pour $n+1$ répétitions. On établit également la propriété de symétrie des coefficients binomiaux.
	• Représenter graphiquement la loi binomiale.	L'utilisation des coefficients binomiaux dans des problèmes de dénombrement et leur écriture à l'aide des factorielles ne sont pas des attendus du programme. En pratique, on utilise une calculatrice ou un logiciel pour obtenir les valeurs des coefficients binomiaux, calculer directement des probabilités et représenter graphiquement la loi binomiale.
Espérance, variance et écart-type de la loi binomiale.	• Utiliser l'espérance d'une loi binomiale dans des contextes variés.	La formule donnant l'espérance de la loi binomiale est conjecturée puis admise, celle de la variance est admise. ◇ On peut simuler la loi binomiale avec un algorithme.

CONTENUS	CAPACITÉS ATTENDUES	COMMENTAIRES
Échantillonnage Utilisation de la loi binomiale pour une prise de décision à partir d'une fréquence.	• Exploiter l'intervalle de fluctuation à un seuil donné, déterminé à l'aide de la loi binomiale, pour rejeter ou non une hypothèse sur une proportion.	L'objectif est d'amener les élèves à expérimenter la notion de « différence significative » par rapport à une valeur attendue et à remarquer que pour une taille de l'échantillon importante, on conforte les résultats vus en classe de seconde. ◇ L'intervalle de fluctuation peut être déterminé à l'aide d'un tableur ou d'un algorithme. Le vocabulaire des tests (test d'hypothèse, hypothèse nulle, risque de première espèce) est hors programme.

Algorithmique

En seconde, les élèves ont conçu et mis en œuvre quelques algorithmes. Cette formation se poursuit tout au long du cycle terminal.

Dans le cadre de cette activité algorithmique, les élèves sont entraînés à :

– décrire certains algorithmes en langage naturel ou dans un langage symbolique ;
– en réaliser quelques-uns à l'aide d'un tableur ou d'un programme sur calculatrice ou avec un logiciel adapté ;
– interpréter des algorithmes plus complexes.

Aucun langage, aucun logiciel n'est imposé.

L'algorithmique a une place naturelle dans tous les champs des mathématiques et les problèmes posés doivent être en relation avec les autres parties du programme (analyse, géométrie, statistiques et probabilités, logique), mais aussi avec les autres disciplines ou le traitement de problèmes concrets.

A l'occasion de l'écriture d'algorithmes et programmes, il convient de donner aux élèves de bonnes habitudes de rigueur et de les entraîner aux pratiques systématiques de vérification et de contrôle.

Instructions élémentaires (affectation, calcul, entrée, sortie). Les élèves, dans le cadre d'une résolution de problèmes, doivent être capables : • d'écrire une formule permettant un calcul ; • d'écrire un programme calculant et donnant la valeur d'une fonction ; ainsi que les instructions d'entrées et sorties nécessaires au traitement.
Boucle et itérateur, instruction conditionnelle Les élèves, dans le cadre d'une résolution de problèmes, doivent être capables de : • programmer un calcul itératif, le nombre d'itérations étant donné ; • programmer une instruction conditionnelle, un calcul itératif, avec une fin de boucle conditionnelle.

Notations et raisonnement mathématiques

Cette rubrique, consacrée à l'apprentissage des notations mathématiques et à la logique, ne doit pas faire l'objet de séances de cours spécifiques, mais doit être répartie sur toute l'année scolaire.

En complément des objectifs rappelés ci-dessous, un travail sur la notion d'équivalence doit naturellement être mené en série scientifique (propriété caractéristique, raisonnement par équivalence).

Notations mathématiques Les élèves doivent connaître les notions d'élément d'un ensemble, de sous-ensemble, d'appartenance et d'inclusion, de réunion, d'intersection et de complémentaire et savoir utiliser les symboles de base correspondant correspondant : $\in$, $\subset$, $\cup$, $\cap$ ainsi que la notation des ensembles de nombres et des intervalles. Pour le complémentaire d'un ensemble A, on utilise la notation des probabilités $\overline{A}$.
Pour ce qui concerne le raisonnement logique, les élèves sont entraînés, sur des exemples à : • utiliser correctement les connecteurs logiques « et », « ou » et à distinguer leur sens des sens courants de « et », « ou » dans le langage usuel ; • utiliser à bon escient les quantificateurs universel, existentiel (les symboles $\forall$, $\exists$ ne sont pas exigibles) et à repérer les quantifications implicites dans certaines propositions et, particulièrement, dans les propositions conditionnelles ; • distinguer, dans le cas d'une proposition conditionnelle, la proposition directe, sa réciproque, sa contraposée et sa négation ; • utiliser à bon escient les expressions « condition nécessaire », « condition suffisante » ; • formuler la négation d'une proposition ; • utiliser un contre-exemple pour infirmer une proposition universelle ; • reconnaître et à utiliser des types de raisonnement spécifiques : raisonnement par disjonction des cas, recours à la contraposée, raisonnement par l'absurde.